

PGS. TS. ĐÀO VĂN HIỆP

KỸ THUẬT ROBOT

(Giáo trình dùng cho sinh viên đại học khối kỹ thuật)

In lần thứ nhất



**NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI 2003**

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU	6
CHƯƠNG 1: CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ PHÂN LOẠI ROBOT	7
1.1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ PHÂN LOẠI ROBOT	7
1.1.1. Robot và Robotics	7
1.1.2. Robot công nghiệp (RBCN)	9
1.2. CẤU TRÚC CƠ BẢN CỦA RBCN	10
1.2.1. Kết cấu chung	10
1.2.2. Kết cấu của tay máy	12
1.3. PHÂN LOẠI ROBOT	15
1.3.1. Phân loại theo kết cấu	15
1.3.2. Phân loại theo điều khiển	15
1.3.3. Phân loại theo ứng dụng	16
CHƯƠNG 2: ĐỘNG HỌC TAY MÁY	18
2.1. VỊ TRÍ VÀ HƯỚNG CỦA VẬT RẮN TRONG KHÔNG GIAN	18
2.1.1. Hệ tọa độ vật	18
2.1.2. Ma trận quay	19
2.1.3. Quay một vector	21
2.2. QUAY MỘT VECTOR QUANH MỘT TRỤC BẤT KỲ	23
2.2.1. Tổng hợp các ma trận quay	23
2.2.2. Phép quay quanh trục bất kỳ	25
2.2.3. Mô tả tối thiểu của hướng	27
2.3. PHÉP CHUYỂN ĐỔI THUẬN NHẤT	30
2.4. BÀI TOÁN THUẬN CỦA ĐỘNG HỌC TAY MÁY	33
2.4.1. Mô tả quy tắc <i>Denavit-Hartenberg</i>	34
2.4.2. Một số ví dụ áp dụng quy tắc <i>Denavit-Hartenberg</i>	37
2.4.3. Vùng hoạt động của phân công tác	39
2.5. BÀI TOÁN NGƯỢC CỦA ĐỘNG HỌC TAY MÁY	41
2.5.1. Cơ cấu 3 khâu phẳng	42
2.5.2. Cơ cấu cầu	43
2.6. BÀI TOÁN VẬN TỐC	44
2.6.1. <i>Jacobian</i> hình học	44
2.6.2. <i>Jacobian</i> giải tích	46
CHƯƠNG 3: ĐỘNG LỰC HỌC TAY MÁY	47
3.1. PHƯƠNG PHÁP <i>LAGRANGE</i>	47
3.1.1. Cơ sở chung	47
3.1.2. Tính động năng	49
3.1.3. Tính thế năng	51
3.1.4. Phân tích ý nghĩa cơ học của mô hình <i>Lagrange</i>	51
3.2. PHƯƠNG PHÁP <i>NEWTON-EULER</i>	52
3.2.1. Mô hình động lực học	52
3.2.2. Tính gia tốc của khâu	54
CHƯƠNG 4: CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN ROBOT	56
4.1. THIẾT KẾ QUỹ ĐẠO	56
4.1.1. Quỹ đạo trong không gian khớp	57
4.1.2. Quỹ đạo trong không gian công tác	67
4.2. ĐIỀU KHIỂN CHUYỂN ĐỘNG	74
4.2.1. Điều khiển trong không gian khớp	76
4.2.2. Điều khiển độc lập	79
4.2.3. Điều khiển tập trung	87
4.2.4. Điều khiển trong không gian công tác	93
CHƯƠNG 5: CƠ SỞ THIẾT KẾ VÀ LỰA CHỌN ROBOT	98

5.1. CÁC THÔNG SỐ KỸ THUẬT CỦA RBCN	98
5.1.1. Sức nâng của tay máy	98
5.1.2. Số bậc tự do của phân công tác	99
5.1.3. Vùng công tác	100
5.1.4. Độ chính xác định vị	101
5.1.5. Tốc độ dịch chuyển	102
5.1.6. Đặc tính của hệ điều khiển	103
5.2. THIẾT KẾ VÀ TỔ HỢP ROBOT	104
5.2.1. Các nguyên tắc chung	104
5.2.2. Các công việc phải tiến hành khi thiết kế robot	106
5.2.3. Thiết kế robot theo phương pháp tổ hợp modul	107
5.3. MỘT SỐ KẾT CẤU ĐIỂN HÌNH CỦA ROBOT	111
5.3.1. Robot cố định trên nền, dùng hệ tọa độ Đê-các và tọa độ trụ	111
5.3.2. Robot cố định trên nền, dùng hệ tọa độ cầu	115
5.3.3. Robot treo	117
5.3.4. Robot có điều khiển thích nghi	118
5.4. CƠ CẤU TAY KÉP	120
5.4.1. Khái niệm và phân loại tay kẹp	120
5.4.2. Kết cấu của tay kẹp	121
5.4.3. Phương pháp tính toán tay kẹp	129
CHƯƠNG 6: HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN ROBOT	136
6.1. HỆ THỐNG CHẤP HÀNH	136
6.1.1. Truyền dẫn cơ khí	137
6.1.2. Động cơ	138
6.1.3. Khuếch đại công suất	140
6.1.3. Nguồn cung cấp chính	141
6.2. ĐIỀU KHIỂN ĐỘNG CƠ SERVO	141
6.2.1. Điều khiển động cơ điện	141
6.2.2. Điều khiển động cơ thủy lực	144
6.3. HỆ THỐNG CẢM BIẾN	146
6.3.1. Khái niệm và phân loại cảm biến	146
6.3.2. Nguyên lý làm việc của một số loại sensor	148
6.4. HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN	157
6.4.1. Kiến trúc chức năng	157
6.4.2. Môi trường lập trình	159
6.4.3. Cấu trúc phần cứng	161
CHƯƠNG 7: SỬ DỤNG ROBOT CÔNG NGHIỆP	167
7.1. CÁC LĨNH VỰC ỨNG DỤNG ĐIỂN HÌNH CỦA RBCN	167
7.2. CÁC HỆ THỐNG SẢN XUẤT CÓ SỬ DỤNG RBCN	167
7.2.1. Robot hoá các thiết bị công nghệ	167
7.2.2. Robot hoá các tế bào sản xuất	172
7.2.3. Robot hoá hệ thống sản xuất	175
7.2.4. Robot trong sản xuất linh hoạt	176
7.3. PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN KINH TẾ KHI SỬ DỤNG RBCN	181
7.3.1. Xác định nhu cầu sử dụng robot	181
7.3.2. Tính toán hiệu quả kinh tế khi sử dụng RBCN	182
PHỤ LỤC: HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH	184
P1. XÂY DỰNG MÔ HÌNH HỆ THỐNG	184
P1.1. Mô tả hệ thống thủy lực	185
P1.2. Mô tả hệ thống dao động có lực cản	186
P2. HÀM TRUYỀN VÀ SƠ ĐỒ KHỐI	189
P2.1. Hàm truyền	189
P2.2. Sơ đồ khối	190
P3. BIẾN ĐỔI LAPLACE	192

P4. TÁC ĐỘNG ĐIỀU KHIỂN	194
P4.1. Điều khiển tỷ lệ	194
P4.2. Điều khiển tích phân	195
P4.3. Điều khiển vi phân	195
P4.4. Điều khiển đóng mở	196
P4.5. Điều khiển kết hợp	196
P4.6. Ví dụ về tác động điều khiển	197
P5. PHÂN TÍCH HỆ THỐNG	199
P5.1. Tính ổn định của hệ thống	199
P5.2. Trạng thái xác lập	200
P5.3. Trạng thái quá độ	201
TÀI LIỆU THAM KHẢO	202
BẢNG TRA CỨU	203

LỜI NÓI ĐẦU

Vào đầu thế kỷ trước, ý tưởng đầu tiên về Robot xuất hiện, thể hiện ước mơ cháy bỏng của con người là tạo ra những người máy để thay thế mình trong những công việc nặng nhọc, nhàm chán, nguy hiểm. Vào khoảng năm 1940, mẫu Robot đầu tiên ra đời tại phòng thí nghiệm quốc gia Oak Ridge và Argonne của Mỹ, để vận chuyển các hoạt chất phóng xạ [7]. Đến thập kỷ 80 trên thế giới đã có tới 40 nghìn Robot thuộc 500 kiểu, do 200 hãng tham gia sản xuất [2]. Ngày nay Robot được sử dụng rộng rãi trong sản xuất, nghiên cứu khoa học và đời sống. Đó là thiết bị không thể thiếu được trên các hệ thống sản xuất, đặc biệt là các hệ thống sản xuất linh hoạt. Robot ngày càng khéo léo và thông minh, được coi là sản phẩm điển hình của một ngành kỹ thuật mới: ngành cơ-điện tử (Mechatronics).

Cho đến nay, hầu hết các trường đại học kỹ thuật ở Việt nam đã đưa môn Robot công nghiệp vào chương trình chính khóa. Môn học này được giảng dạy chủ yếu cho các chuyên ngành cơ khí, song các khía cạnh riêng biệt của kỹ thuật robot, như kỹ thuật điều khiển, lập trình, mô phỏng cũng được các ngành khác rất quan tâm.

Trong bối cảnh đó, chúng tôi biên soạn tài liệu này để đáp ứng nhu cầu giảng dạy và học tập môn Robot công nghiệp trong các trường đại học. Một số nội dung trong tài liệu cũng có thể phục vụ cho các môn học liên quan, như "Tự động hóa hệ thống sản xuất", "Công nghệ sản xuất linh hoạt", "Điều khiển hệ thống sản xuất nhờ máy tính",

Nội dung chủ yếu của tài liệu hướng vào lựa chọn, khai thác và sử dụng Robot trong công nghiệp. Tài liệu gồm 7 chương, hình thành 3 mảng kiến thức chính: nền tảng cơ học và cơ khí trong kết cấu tay máy (các chương 2, 3 và 5); điều khiển Robot (chương 6) và ứng dụng Robot (chương 7). Tuy nhiên, sự phân chia này là tương đối, vì không thể phân tách rạch ròi giữa cơ học và kết cấu, cơ khí và điều khiển. Chương 4 được hình thành như cầu nối giữa cơ khí và điều khiển. Ngoài ra, phần phụ lục sẽ giúp bạn đọc tiện ôn lại các kiến thức liên quan về điều khiển tuyến tính, một vấn đề được đề cập nhiều trong tài liệu.

Mặc dù đã được kiểm tra cẩn thận nhưng tài liệu chắc còn nhiều sai sót. Chúng tôi chân thành mong muốn nhận được và hết sức cảm ơn mọi góp ý của độc giả.

Các ý kiến đóng góp xin gửi về Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội

Hà Nội tháng 1 năm 2003

Tác Giả

Chương 1

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ PHÂN LOẠI ROBOT

1.1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ PHÂN LOẠI ROBOT

1.1.1. Robot và Robotics

Từ thời cổ xưa, con người đã mong muốn tạo ra những vật giống như mình để bắt chúng phục vụ cho bản thân mình. Ví dụ, trong kho thần thoại Hy Lạp có chuyện người khổng lồ Prometheus đúc ra con người từ đất sét và truyền cho họ sự sống, hoặc chuyện tên nô lệ Talos khổng lồ được làm bằng đồng và được giao nhiệm vụ bảo vệ hoang đảo Crete.

Đến năm 1921, từ "*Robot*" xuất hiện lần đầu trong vở kịch "*Rossum's Universal Robots*" của nhà viết kịch viễn tưởng người Sec, Karel Čapek. Trong vở kịch này, ông dùng từ "*Robot*", biến thể của từ gốc Slavơ "*Rabota*", để gọi một thiết bị - lao công do con người (nhân vật Rossum) tạo ra.

Vào những năm 40 nhà văn viễn tưởng Nga, Issac Asimov, mô tả robot là một chiếc máy tự động, mang diện mạo của con người, được điều khiển bằng một hệ thần kinh khả trình *Positron*, do chính con người lập trình. Asimov cũng đặt tên cho ngành khoa học nghiên cứu về robot là *Robotics*, trong đó có 3 nguyên tắc cơ bản:

1. Robot không được xúc phạm con người và không gây tổn hại cho con người.
2. Hoạt động của robot phải tuân theo các quy tắc do con người đặt ra. Các quy tắc này không được vi phạm nguyên tắc thứ nhất.
3. Một robot cần phải bảo vệ sự sống của mình, nhưng không được vi phạm 2 nguyên tắc trước.

Các nguyên tắc trên sau này trở thành nền tảng cho việc thiết kế robot.

Từ sự hư cấu của khoa học viễn tưởng, robot dần dần được giới kỹ thuật hình dung như những chiếc máy đặc biệt, được con người phỏng tác theo cấu tạo và hoạt động của chính mình, dùng để thay thế mình trong một số công việc xác định.

Để hoàn thành nhiệm vụ đó, robot cần có khả năng *cảm nhận* các thông số trạng thái của môi trường và tiến hành các *hoạt động* tương tự con người.

Khả năng hoạt động của robot được đảm bảo bởi *hệ thống cơ khí*, gồm cơ cấu vận động để đi lại và cơ cấu hành động để có thể làm việc. Việc thiết kế và chế tạo hệ thống này thuộc lĩnh vực khoa học về cơ cấu truyền động, chấp hành và vật liệu cơ khí.

Chức năng cảm nhận, gồm thu nhận tín hiệu về trạng thái môi trường và trạng thái của bản thân hệ thống, do các cảm biến (*sensor*) và các thiết bị liên quan thực hiện. Hệ thống này được gọi là hệ thống thu nhận và xử lý tín hiệu, hay đơn giản là *hệ thống cảm biến*.

Muốn phối hợp hoạt động của hai hệ thống trên, đảm bảo cho robot có thể tự điều chỉnh "hành vi" của mình và hoạt động theo đúng chức năng quy định trong điều kiện môi trường thay đổi, trong robot phải có *hệ thống điều khiển*. Xây dựng các hệ thống điều khiển thuộc phạm vi điện tử, kỹ thuật điều khiển và công nghệ thông tin.

Một cách đơn giản, ***Robotics được hiểu là một ngành khoa học, có nhiệm vụ nghiên cứu về thiết kế, chế tạo các robot và ứng dụng chúng trong các lĩnh vực hoạt động khác nhau của xã hội loài người, như nghiên cứu khoa học - kỹ thuật, kinh tế, quốc phòng và dân sinh.***

Từ hiểu biết sơ bộ về chức năng và kết cấu của robot, chúng ta hiểu, *Robotics* là một khoa học liên ngành, gồm cơ khí, điện tử, kỹ thuật điều khiển và công nghệ thông tin. Theo thuật ngữ hiện nay, robot là sản phẩm của ngành cơ - điện tử (*Mechatronics*).

Khía cạnh nhân văn và khía cạnh khoa học - kỹ thuật của việc sản sinh ra robot thống nhất ở một điểm: thực hiện hoài bão của con người, là tạo ra thiết bị thay thế mình trong những hoạt động không thích hợp với mình, như:

- Các công việc lặp đi lặp lại, nhàm chán, nặng nhọc: vận chuyển nguyên vật liệu, lắp ráp, lau cọ nhà,...
- Trong môi trường khắc nghiệt hoặc nguy hiểm: như ngoài khoảng không vũ trụ, trên chiến trường, dưới nước sâu, trong lòng đất, nơi có phóng xạ, nhiệt độ cao,...
- Những việc đòi hỏi độ chính xác cao, như thông tắc mạch máu hoặc các ống dẫn trong cơ thể, lắp ráp các cấu tử trong vi mạch,...

Lĩnh vực ứng dụng của robot rất rộng và ngày càng được mở rộng thêm. Ngày nay, khái niệm về robot đã mở rộng hơn khái niệm nguyên thủy rất nhiều. Sự phỏng tác về kết cấu, chức năng, dáng vẻ của con người là cần thiết nhưng không còn ngự trị trong kỹ thuật robot nữa. Kết cấu của nhiều "con" robot khác xa với kết cấu các bộ phận của cơ thể người và chúng cũng có thể thực hiện được những việc vượt xa khả năng của con người.

1.1.2. Robot công nghiệp (RBCN)

Mặc dù, như định nghĩa chung về robot đã nêu, không có gì giới hạn phạm vi ứng dụng của robot, nhưng có một thực tế là hầu hết robot hiện đang có đều được dùng trong công nghiệp. Chúng có đặc điểm riêng về kết cấu, chức năng, đã được thống nhất hoá, thương mại hoá rộng rãi. Lớp robot này được gọi là *Robot công nghiệp (Industrial Robot - IR)*^{*}.

Kỹ thuật tự động hoá (TĐH) trong công nghiệp đã đạt tới trình độ rất cao: không chỉ TĐH các quá trình vật lý mà cả các quá trình xử lý thông tin. Vì vậy, TĐH trong công nghiệp tích hợp công nghệ sản xuất, kỹ thuật điện, điện tử, kỹ thuật điều khiển tự động trong đó có TĐH nhờ máy tính.

Hiện nay, trong công nghiệp tồn tại 3 dạng TĐH:

- TĐH cứng (*Fixed Automation*) được hình thành dưới dạng các thiết bị hoặc dây chuyền chuyên môn hoá theo đối tượng (sản phẩm). Nó được ứng dụng có hiệu quả trong điều kiện sản xuất hàng khối với sản lượng rất lớn các sản phẩm cùng loại.

- TĐH khả trình (*Programmable Automation*) được ứng dụng chủ yếu trong sản xuất loạt nhỏ, loạt vừa, đáp ứng phần lớn nhu cầu sản phẩm công nghiệp. Hệ thống thiết bị dạng này là các thiết bị vạn năng điều khiển số, cho phép dễ dàng lập trình lại để có thể thay đổi chủng loại (tức là thay đổi quy trình công nghệ sản xuất) sản phẩm.

- TĐH linh hoạt (*Flexible Automation*) là dạng phát triển của TĐH khả trình. Nó tích hợp công nghệ sản xuất với kỹ thuật điều khiển bằng máy tính, cho phép thay đổi đối tượng sản xuất mà không cần (hoặc hạn chế) sự can thiệp của con người. TĐH linh hoạt được biểu hiện dưới 2 dạng: tế

^{*} Do tính phổ dụng của RBCN mà có tình trạng đồng nhất Robot với RBCN.

bào sản xuất linh hoạt (*Flexible Manufacturing Cell - FMC*) và hệ thống sản xuất linh hoạt (*Flexible Manufacturing System - FMS*).

RBCN có 2 đặc trưng cơ bản:

- Là thiết bị vạn năng, được TĐH theo chương trình và có thể lập trình lại để đáp ứng một cách linh hoạt, khéo léo các nhiệm vụ khác nhau.

- Được ứng dụng trong những trường hợp mang tính công nghiệp đặc trưng, như vận chuyển và xếp dỡ nguyên vật liệu, lắp ráp, đo lường....

Vì thể hiện 2 đặc trưng cơ bản trên của RBCN, hiện nay định nghĩa sau đây về robot công nghiệp do Viện nghiên cứu robot của Mỹ đề xuất được sử dụng rộng rãi:

RBCN là tay máy vạn năng, hoạt động theo chương trình và có thể lập trình lại để hoàn thành và nâng cao hiệu quả hoàn thành các nhiệm vụ khác nhau trong công nghiệp, như vận chuyển nguyên vật liệu, chi tiết, dụng cụ hoặc các thiết bị chuyên dùng khác.

Ngoài các ý trên, định nghĩa trong ΓOCT 25686-85 còn bổ sung cho RBCN chức năng *điều khiển* trong quá trình sản xuất:

RBCN là máy tự động được đặt cố định hay di động, bao gồm thiết bị thừa hành dạng tay máy có một số bậc tự do hoạt động và thiết bị điều khiển theo chương trình, có thể tái lập trình để hoàn thành các chức năng vận động và điều khiển trong quá trình sản xuất.

Chức năng *vận động* bao gồm các hoạt động "cơ bắp" như vận chuyển, định hướng, xếp đặt, gá kẹp, lắp ráp,... đối tượng. Chức năng *điều khiển* ám chỉ vai trò của robot như một phương tiện điều hành sản xuất, như cung cấp dụng cụ và vật liệu, phân loại và phân phối sản phẩm, duy trì nhịp sản xuất và thậm chí cả điều khiển các thiết bị liên quan.

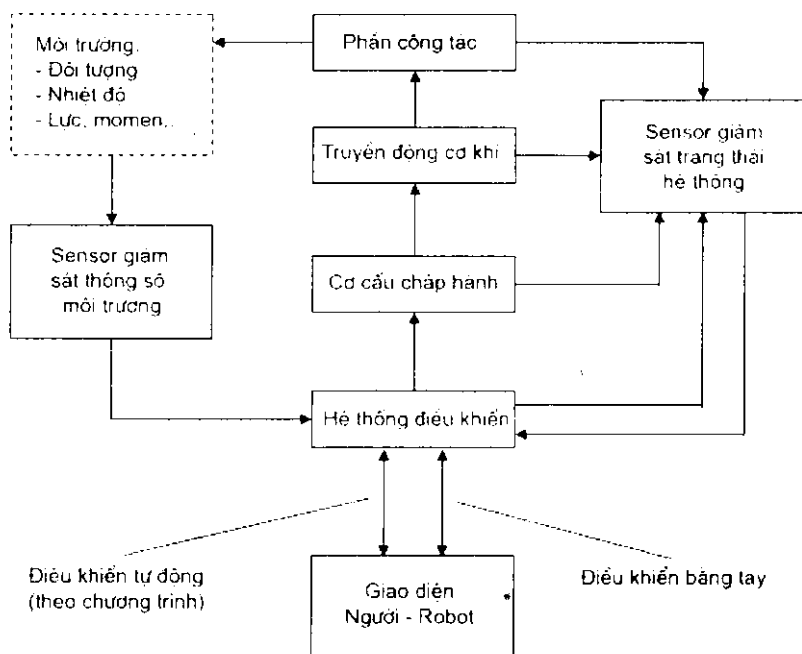
Với đặc điểm có thể lập trình lại, RBCN là thiết bị TĐH khả trình và ngày càng trở thành bộ phận không thể thiếu được của các tế bào hoặc hệ thống sản xuất linh hoạt.

1.2. CẤU TRÚC CƠ BẢN CỦA RBCN

1.2.1. Kết cấu chung

Một RBCN được cấu thành bởi các hệ thống sau (hình 1.1):

- **Tay máy (Manipulator)** là cơ cấu cơ khí gồm các khâu, khớp. Chúng hình thành **cánh tay** để tạo các chuyển động cơ bản, **cổ tay** tạo nên sự khéo léo, linh hoạt và **bàn tay (End Effector)*** để trực tiếp hoàn thành các thao tác trên đối tượng.



Hình 1.1: Sơ đồ khối của RBCN

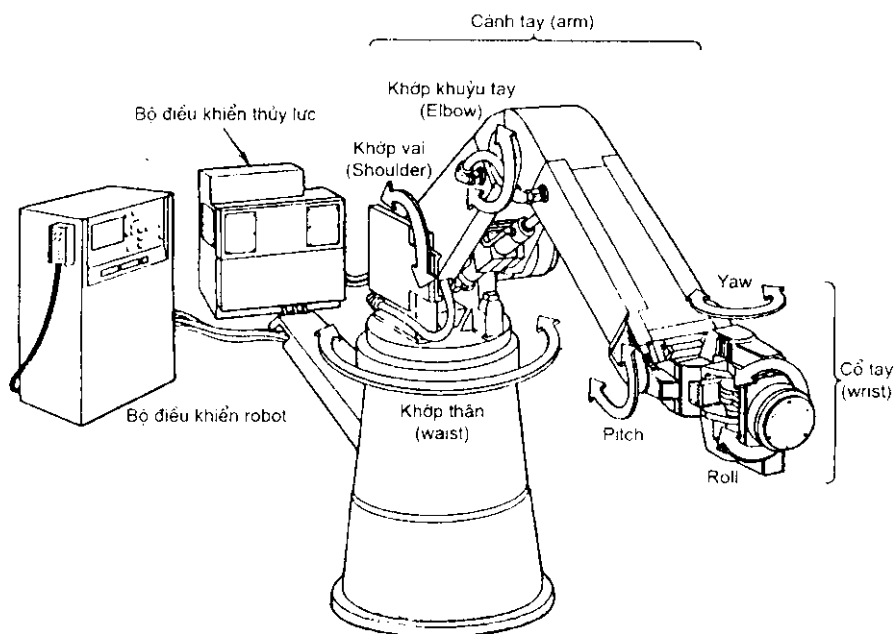
- **Cơ cấu chấp hành** tạo chuyển động cho các khâu của tay máy. Nguồn động lực của các cơ cấu chấp hành là động cơ các loại: điện, thủy lực, khí nén hoặc kết hợp giữa chúng.

- **Hệ thống cảm biến** gồm các sensor và thiết bị chuyển đổi tín hiệu cần thiết khác. Các robot cần hệ thống sensor trong để nhận biết trạng thái của bản thân các cơ cấu của robot và các sensor ngoài để nhận biết trạng thái của môi trường.

- **Hệ thống điều khiển (Controller)** hiện nay thường là máy tính để giám sát và điều khiển hoạt động của robot.

Sơ đồ kết cấu chung của robot như trong hình 1.2.

* *End Effector* trực tiếp tác động lên đối tượng, có nghĩa rộng hơn *Hand (bàn tay)*, nên sẽ được dịch là *phần công tác*.



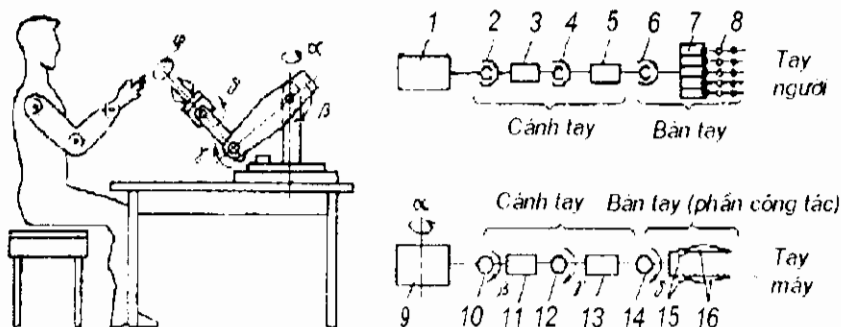
Hình 1. 2: Sơ đồ kết cấu chung của RBCN

1.2.2. Kết cấu của tay máy

Tay máy là phần cơ sở, quyết định khả năng làm việc của RBCN. Đó là thiết bị cơ khí đảm bảo cho robot khả năng chuyển động trong không gian và khả năng làm việc, như nâng hạ vật, lắp ráp,... Ý tưởng ban đầu của việc thiết kế và chế tạo tay máy là phỏng tác cấu tạo và chức năng của tay người (hình 1.3). Về sau, đây không còn là điều bắt buộc nữa. Tay máy hiện nay rất đa dạng và nhiều loại có dáng vẻ khác rất xa với tay người. Tuy nhiên, trong kỹ thuật robot người ta vẫn dùng các thuật ngữ quen thuộc, như vai (Shoulder), cánh tay (Arm), cổ tay (Wrist), bàn tay (Hand) và các khớp (Articulations),... để chỉ tay máy và các bộ phận của nó.

Trong thiết kế và sử dụng tay máy, người ta quan tâm đến các thông số có ảnh hưởng lớn đến khả năng làm việc của chúng, như:

- Sức nâng, độ cứng vững, lực kẹp của tay,...
- Tầm với hay vùng làm việc: kích thước và hình dáng vùng mà phần công tác có thể với tới;
- Sự khéo léo, nghĩa là khả năng định vị và định hướng phần công tác trong vùng làm việc. Thông số này liên quan đến số bậc tự do của phần công tác.



Hình 1. 3: Sự tương tự giữa tay người và tay máy

Để định vị và định hướng phần công tác một cách tùy ý trong không gian 3 chiều nó cần có 6 bậc tự do, trong đó 3 bậc tự do để định vị, 3 bậc tự do để định hướng. Một số công việc, như nâng hạ, xếp dỡ,... yêu cầu số bậc tự do ít hơn 6. Robot hàn, sơn thường có 6 bậc tự do. Trong một số trường hợp, như khi cần sự khéo léo, linh hoạt hoặc khi cần tối ưu hoá quỹ đạo,... người ta có thể dùng robot với số bậc tự do lớn hơn 6.

Các tay máy có đặc điểm chung về kết cấu là gồm có các khâu, được nối với nhau bằng các khớp để hình thành một chuỗi động học hở, tính từ thân đến phần công tác. Các khớp được dùng phổ biến là khớp trượt và khớp quay. Tùy theo số lượng và cách bố trí các khớp mà có thể tạo ra tay máy kiểu tọa độ đề các, tọa độ trụ, tọa độ cầu, SCARA và kiểu tay người (*Anthropomorphic*).

Tay máy kiểu tọa độ đề các (hình 1.4), còn gọi là kiểu chữ nhật, dùng 3 khớp trượt, cho phép phần công tác thực hiện một cách độc lập các chuyển động thẳng, song song với 3 trục tọa độ. Vùng làm việc của tay máy có dạng hình hộp chữ nhật. Do sự đơn giản về kết cấu, tay máy kiểu này có độ cứng vững cao, độ chính xác được đảm bảo đồng đều trong toàn bộ vùng làm việc, nhưng ít khéo léo. Vì vậy, tay máy kiểu đề các được dùng để vận chuyển và lắp ráp.

Tay máy kiểu tọa độ trụ (hình 1.5) khác với tay máy kiểu đề các ở khớp đầu tiên: dùng khớp quay thay cho khớp trượt. Vùng làm việc của nó có dạng hình trụ rỗng. Khớp trượt nằm ngang cho phép tay máy "thò" được vào khoang rỗng nằm ngang. Độ cứng vững cơ học của tay máy trụ

tốt, thích hợp với tải nặng, nhưng độ chính xác định vị góc trong mặt phẳng nằm ngang giảm khi tâm với tăng.

Tay máy kiểu tọa độ cầu (hình 1.6) khác kiểu trụ do khớp thứ hai (khớp trượt) được thay bằng khớp quay. Nếu quỹ đạo chuyển động của phần công tác được mô tả trong tọa độ cầu thì mỗi bậc tự do tương ứng với một khả năng chuyển động và vùng làm việc của nó là khối cầu rỗng. Độ cứng vững của loại tay máy này thấp hơn 2 loại trên và độ chính xác định vị phụ thuộc vào tâm với. Tuy nhiên, loại này có thể "nhặt" được cả vật dưới nền.

SCARA (hình 1.7) được đề xuất lần đầu vào năm 1979 tại Trường đại học Yamanashi (Nhật bản) dùng cho công việc lắp ráp. Đó là một kiểu tay máy có cấu tạo đặc biệt, gồm 2 khớp quay và 1 khớp trượt, nhưng cả 3 khớp đều có trục song song với nhau. Kết cấu này làm tay máy cứng vững hơn theo phương thẳng đứng nhưng kém cứng vững (*Compliance*) theo phương được chọn (*Selective*), là phương ngang. Loại này chuyên dùng cho công việc lắp ráp (*Assembly*) với tải trọng nhỏ, theo phương thẳng đứng. Từ SCARA là viết tắt của "*Selective Compliance Assembly Robot Arm*" để mô tả các đặc điểm trên. Vùng làm việc của SCARA là một phần của hình trụ rỗng, như trong hình 1.7.

Tay máy kiểu tay người (*Anthropomorphic*), như được mô tả trong hình 1.8, có cả 3 khớp đều là các khớp quay, trong đó trục thứ nhất vuông góc với 2 trục kia. Do sự tương tự với tay người, khớp thứ hai được gọi là khớp vai (*Shoulder joint*), khớp thứ ba là khớp khuỷu (*Elbow joint*), nối *cẳng tay* với *khuỷu tay*. Với kết cấu này, không có sự tương ứng giữa khả năng chuyển động của các khâu và số bậc tự do. Tay máy làm việc rất khéo léo, nhưng độ chính xác định vị phụ thuộc vị trí của phần công tác trong vùng làm việc. Vùng làm việc của tay máy kiểu này gần giống một phần khối cầu.

Toàn bộ dạng các kết cấu tả ở trên mới chỉ liên quan đến khả năng định vị của phần công tác. Muốn định hướng nó, cần bổ sung phần *cổ tay*. Muốn định hướng một cách tùy ý phần công tác, cổ tay phải có ít nhất 3 chuyển động quay quanh 3 trục vuông góc với nhau. Trong trường hợp trục quay của 3 khớp gặp nhau tại một điểm thì ta gọi đó là khớp cầu (hình 1.9). Ưu điểm chính của khớp cầu là tách được thao tác định vị và

định hướng của phần công tác, làm đơn giản việc tính toán. Các kiểu khớp khác có thể đơn giản hơn về kết cấu cơ khí, nhưng tính toán toạ độ khó hơn, do không tách được 2 loại thao tác trên.

Phần công tác là bộ phận trực tiếp tác động lên đối tượng. Tùy theo yêu cầu làm việc của robot, phần công tác có thể là tay gắp (*Gripper*), công cụ (súng phun sơn, mỏ hàn, dao cắt, chìa vặn ốc,...).

1.3. PHÂN LOẠI ROBOT

Thế giới robot hiện nay đã rất phong phú và đa dạng, vì vậy phân loại chúng không đơn giản. Có rất nhiều quan điểm phân loại khác nhau. Mỗi quan điểm phục vụ một mục đích riêng. Tuy nhiên, có thể nêu ra đây 3 cách phân loại cơ bản: theo kết cấu, theo điều khiển và theo phạm vi ứng dụng của robot.

1.3.1. Phân loại theo kết cấu

Theo kết cấu (hay theo hình học), người ta phân robot thành các loại: đề các, trụ, cầu, SCARA, kiểu tay người và các dạng khác nữa (xem các hình từ 1.4 đến hình 1.9). Điều này đã được trình bày trong mục 1.2.2.

1.3.2. Phân loại theo điều khiển

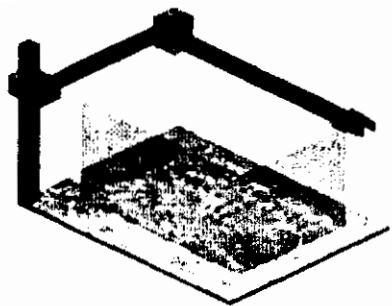
Có 2 kiểu điều khiển robot: điều khiển hở và điều khiển kín.

Điều khiển hở, dùng truyền động bước (động cơ điện hoặc động cơ thủy lực, khí nén,...) mà quỹ đạo hoặc góc dịch chuyển tỷ lệ với số xung điều khiển. Kiểu điều khiển này đơn giản, nhưng đạt độ chính xác thấp.

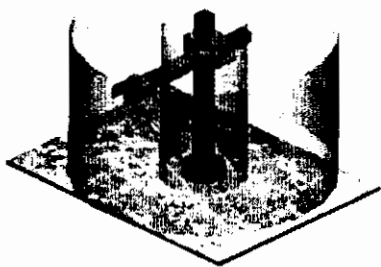
Điều khiển kín (hay điều khiển servo), sử dụng tín hiệu phản hồi vị trí để tăng độ chính xác điều khiển. Có 2 kiểu điều khiển servo: điều khiển điểm - điểm và điều khiển theo đường (*contour*).

Với kiểu điều khiển điểm - điểm, phần công tác dịch chuyển từ điểm này đến điểm kia theo đường thẳng với tốc độ cao (không làm việc). Nó chỉ làm việc tại các điểm dừng. Kiểu điều khiển này được dùng trên các robot hàn điểm, vận chuyển, tán đinh, bắn đinh,...

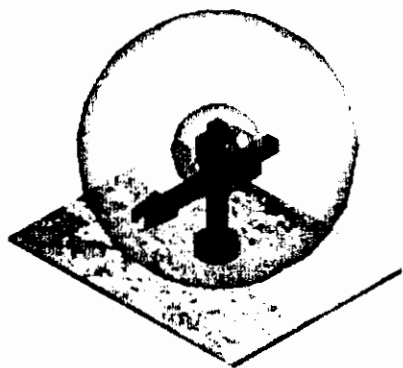
Điều khiển *contour* đảm bảo cho phần công tác dịch chuyển theo quỹ đạo bất kỳ, với tốc độ có thể điều khiển được. Có thể gặp kiểu điều khiển này trên các robot hàn hồ quang, phun sơn.



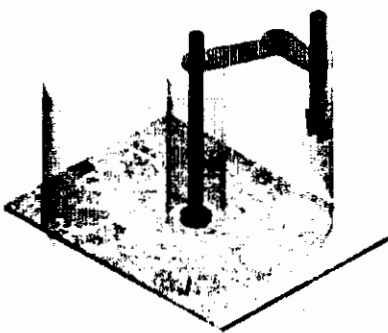
Hình 1. 4: Tay máy kiểu tọa độ đề các



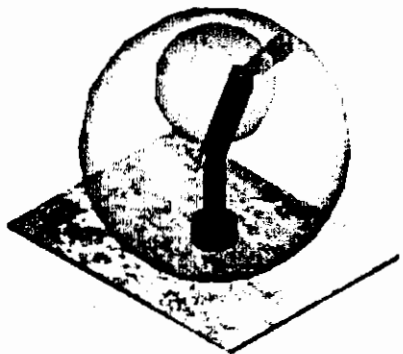
Hình 1. 5: Cấu trúc tay máy kiểu tọa độ trụ



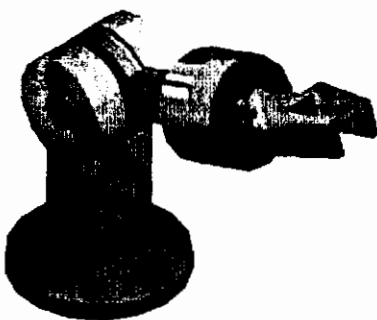
Hình 1. 6: Tay máy kiểu cầu



Hình 1. 7: Tay máy kiểu SCARA



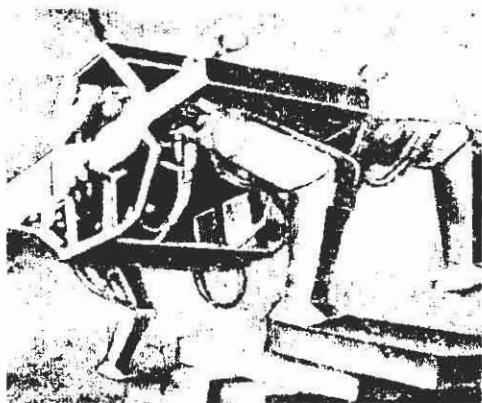
Hình 1. 8: Tay máy kiểu tay người



Hình 1. 9: Khớp cổ tay

1.3.3. Phân loại theo ứng dụng

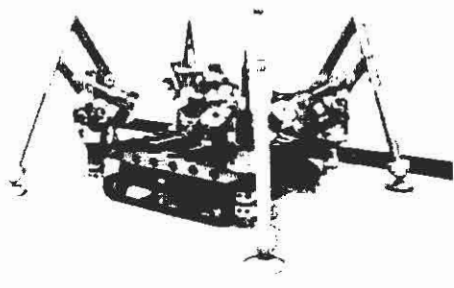
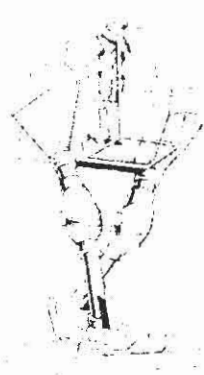
Cách phân loại này dựa vào ứng dụng của robot. Ví dụ, có robot công nghiệp, robot dùng trong nghiên cứu khoa học, robot dùng trong kỹ thuật vũ trụ, robot dùng trong quân sự,... (hình 1.10).



Robot leo cầu thang (General Electric - USA)



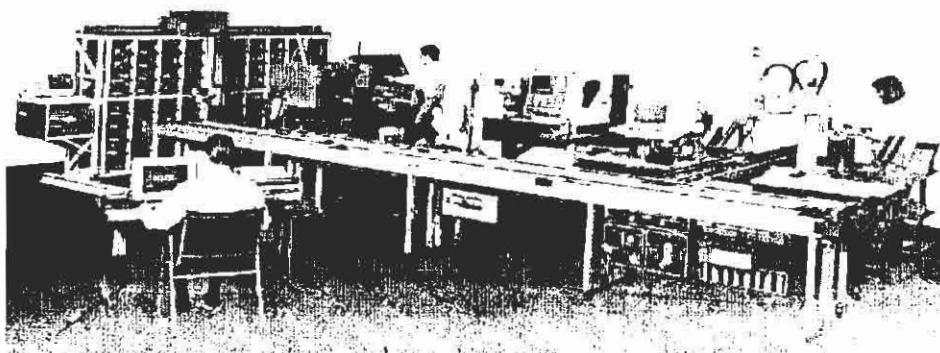
"Chân máy"



Robot chân nhện (Mech. Laboratory-Japan)



Robot làm việc dưới nước (OCA)



Robot trong hệ thống sản xuất linh hoạt

Hình 1.10: Một số loại robot được ứng dụng trong thực tế

Chương 2

ĐỘNG HỌC TAY MÁY

Theo quan điểm động học, một tay máy có thể được biểu diễn bằng một chuỗi động học hở, gồm các khâu, liên kết với nhau bằng các khớp quay hoặc khớp trượt. Một đầu của chuỗi được gắn lên thân, còn đầu kia nối với phần công tác. Thao tác trong quá trình làm việc đòi hỏi phần công tác phải được *định vị* và *định hướng* chính xác trong không gian. Động học tay máy giải quyết 2 lớp bài toán:

- Lớp bài toán thuận căn cứ vào các biến khớp để xác định vùng làm việc của phần công tác và mô tả chuyển động của phần công tác trong vùng làm việc của nó;
- Lớp bài toán ngược, xác định các biến khớp để đảm bảo chuyển động cho trước của phần công tác.

2.1. VỊ TRÍ VÀ HƯỚNG CỦA VẬT RẮN TRONG KHÔNG GIAN

2.1.1. Hệ tọa độ vật

Thế (Posture) của một vật rắn trong không gian được coi là được xác định hoàn toàn nếu biết được *vị trí* và *hướng* của nó trong một hệ quy chiếu cho trước.

Trên hình 2.1, hệ tọa độ $O\text{-}xyz$ với các vector đơn vị là x , y , z được dùng làm *hệ tọa độ gốc*. Để mô tả vị trí và hướng của vật rắn trong không gian, thường phải gắn lên nó một hệ tọa độ, gọi là *hệ tọa độ vật*, ví dụ hệ $O'\text{-}x'y'z'$. Góc tọa độ O' đại diện cho vị trí của vật trong hệ $O\text{-}xyz$, được xác định qua biểu thức:

$$o' = o'_x x + o'_y y + o'_z z$$

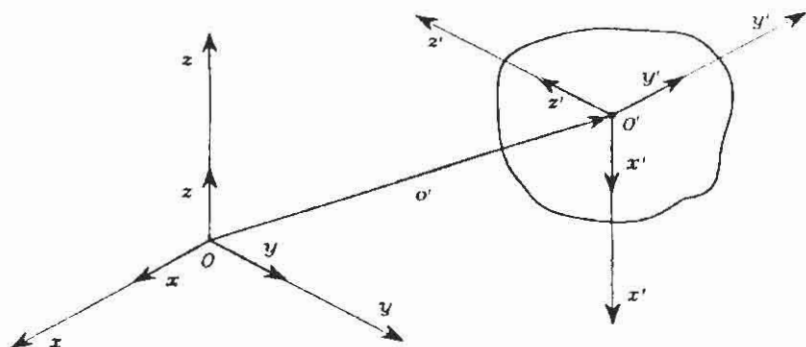
trong đó o'_x , o'_y , o'_z là các thành phần của vector o' trong hệ tọa độ $O\text{-}xyz$. Như vậy, vị trí của điểm O' được mô tả nhờ vector (3×1) sau:

$$o' = \begin{bmatrix} o'_x \\ o'_y \\ o'_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Hướng của vật được đại diện bởi các vector đơn vị x' , y' , z' của hệ $O'-x'y'z'$, được mô tả bằng các quan hệ sau:

$$\left. \begin{aligned} x' &= x'_x x + x'_y y + x'_z z \\ y' &= y'_x x + y'_y y + y'_z z \\ z' &= z'_x x + z'_y y + z'_z z \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Các thành phần của các vector đơn vị (x'_x, x'_y, x'_z) là *cosin chỉ phương* của các trục của hệ $O'-x'y'z'$ so với hệ $O-xyz$.



Hình 2. 1: Vị trí và hướng của vật rắn trong không gian

2.1.2. Ma trận quay

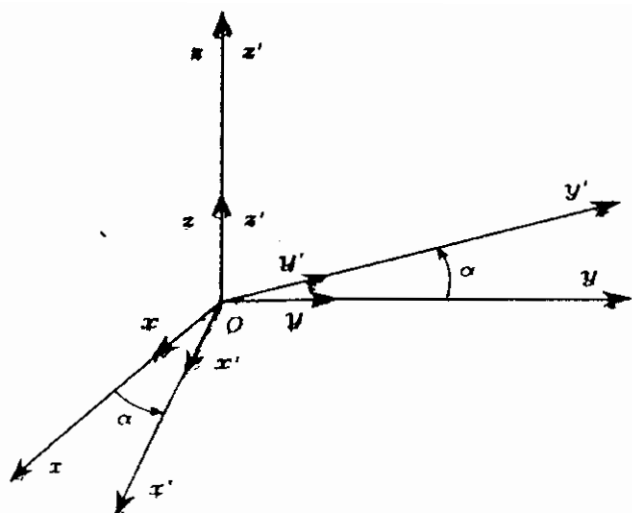
Để cho gọn, 3 vector đơn vị trong (2.2) có thể được biểu diễn dưới dạng ma trận (3×3) , gọi là *ma trận quay*, ký hiệu là R , như sau:

$$R = \begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_x & y'_x & z'_x \\ x'_y & y'_y & z'_y \\ x'_z & y'_z & z'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'^{II} x & y'^{II} x & z'^{II} x \\ x'^{II} y & y'^{II} y & z'^{II} y \\ x'^{II} z & y'^{II} z & z'^{II} z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Phép quay một vật quanh một trục tọa độ là trường hợp riêng của phép quay một vật trong không gian. Chiều quay được quy ước là dương nếu ngược kim đồng hồ.

Giả sử hệ $O'-x'y'z'$ nhận được do quay hệ $O-xyz$ quanh trục z một góc α (hình 2.2), vector đơn vị của hệ này được biểu diễn trong hệ $O-xyz$ như sau:

$$x' = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{bmatrix}; \quad y' = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{bmatrix}; \quad z' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Hình 2. 2: Quay hệ $O\text{-}xyz$ quanh trục z

Vì vậy, ma trận quay quanh trục z của hệ $O'\text{-}x'y'z'$ so với hệ $O\text{-}xyz$ là:

$$R(z, \alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Tương tự, các ma trận quay khi quay vật quanh trục y một góc β , $R(y, \beta)$ và quanh trục x một góc γ , $R(x, \gamma)$:

$$R(y, \beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$R(x, \gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Các ma trận quay trên sẽ rất hữu ích khi khảo sát phép quay vật quanh một trục bất kỳ. Có thể thử để xác minh rằng chúng có các tính chất sau:

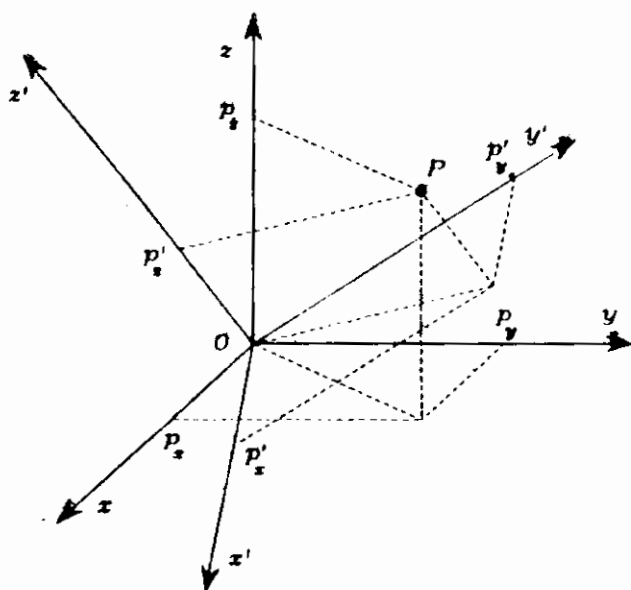
$$R(k, -\vartheta) = R^t(k, \vartheta) \quad (2.7)$$

trong đó $k = x, y, z$; $\vartheta = \alpha, \beta, \gamma$ và R^t là ma trận chuyển vị của ma trận R .

2.1.3. Phép quay một vector

Ma trận quay không chỉ dùng để biểu diễn vị trí của một hệ toạ độ so với một hệ toạ độ khác mà còn được dùng để mô tả sự quay của một vector.

Giả sử 2 hệ toạ độ $O-xyz$ và $O'-x'y'z'$, có gốc O và O' trùng nhau (hình 2.3).



Hình 2. 3: Biểu diễn điểm P trong 2 hệ toạ độ

Điểm P trong không gian được mô tả lần lượt trong hệ $O-xyz$ và $O-x'y'z'$ bằng các vector p và p' :

$$p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad p' = \begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix}$$

Vì p và p' biểu diễn cùng một điểm P và chú ý đến biểu thức (2.3)* ta có:

$$p = p' = p'_x x' + p'_y y' + p'_z z' = [x' \ y' \ z'] p' = R p' \quad (2.8)$$

* Chú ý rằng 3 vector của R vuông góc với nhau từng đôi một và R là ma trận đơn vị. Nó có các tính chất:

$$R^T R = I \text{ và } R^T = R^{-1}$$

Từ biểu thức trên ta rút ra một kết luận quan trọng: **Chuyển vị** của ma trận quay bằng nghịch đảo của nó [5].

hay:
$$p' = R^i p \quad (2.9)$$

Trong trường hợp này, ma trận quay R chính là ma trận chuyển đổi tọa độ của một vector từ hệ $O-xyz$ sang hệ $O-x'y'z'$, còn R^i là ma trận chuyển vị của ma trận R .

Ví dụ, nếu hệ $O-x'y'z'$ nhận được bằng cách quay hệ $O-xyz$ quanh trục z một góc α (hình 2. 4) thì ta có quan hệ giữa tọa độ của điểm P trong 2 hệ là:

$$p_x = p'_x \cos \alpha - p'_y \sin \alpha$$

$$p_y = p'_x \sin \alpha + p'_y \cos \alpha$$

$$p_z = p'_z$$

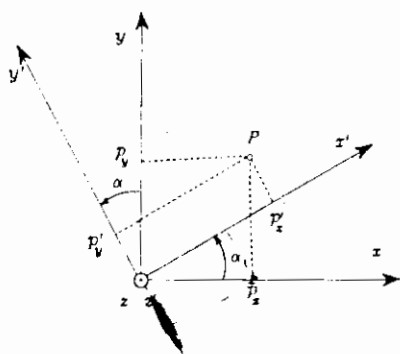
Nếu viết gọn lại và để ý đến biểu thức (2. 4) thì ta có:

$$p = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} p' = R(z, \alpha) p'$$

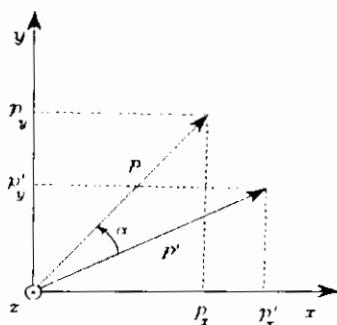
Đó cũng chính là phương trình mô tả phép quay vector p quanh trục z một góc α . Biểu diễn hình học của phép quay này như trong hình 2. 5.

Tóm lại, ma trận quay R có 3 ý nghĩa tương đương nhau:

- Biểu diễn hướng giữa 2 hệ tọa độ, trong đó các cột của ma trận là cosin chỉ phương giữa các trục của hệ mới so với hệ gốc.
- Biểu diễn sự chuyển đổi tọa độ của một vector giữa 2 hệ tọa độ có gốc trùng nhau.
- Là toán tử biểu diễn phép quay một vector trong cùng một hệ tọa độ.



Hình 2. 4: Biểu diễn vector trong 2 hệ tọa độ



Hình 2. 5: Phép quay một vector

2.2. PHÉP QUAY MỘT VECTOR QUANH MỘT TRỤC BẤT KỲ

2.2.1. Tổng hợp các ma trận quay

Thông thường một vật thể trong không gian có thể quay quanh một trục bất kỳ. Trong trường hợp đó, có thể coi phép quay tổng quát là sự tổ hợp nào đó của các phép quay đơn giản. Nếu làm được như vậy thì ma trận quay tổng quát sẽ là tổng hợp của các ma trận quay đơn giản.

Giả sử có 3 hệ toạ độ chung gốc là $O-x_0y_0z_0$, $O-x_1y_1z_1$, $O-x_2y_2z_2$. Vector p đại diện cho một điểm bất kỳ trong không gian được biểu diễn trong mỗi hệ là p^0 , p^1 , p^2 . Ký hiệu ma trận biểu diễn phép quay của hệ i so với hệ j là R_i^j .

Ta có mối quan hệ giữa các vector p^1 và p^2 như sau:

$$p^1 = R_2^1 p^2 \quad (2.10)$$

Tương tự, ta có:

$$p^0 = R_1^0 p^1 \quad (2.11)$$

$$p^0 = R_2^0 p^2 \quad (2.12)$$

Thay (2.10) vào (2.11) và sử dụng (2.12), ta có:

$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1 \quad (2.13)$$

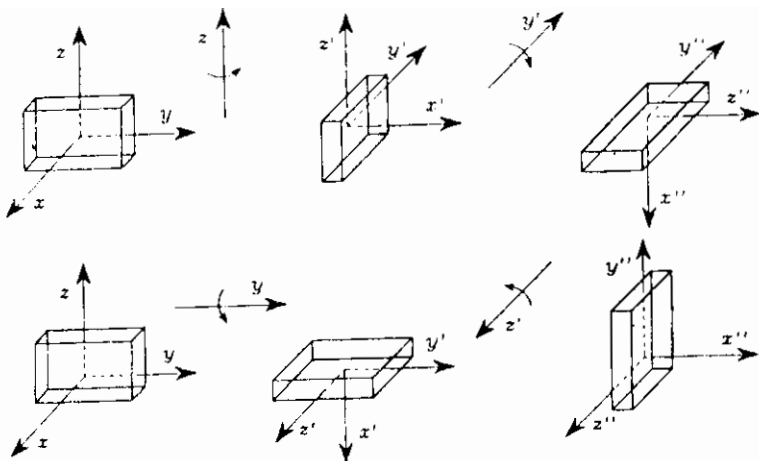
Ma trận quay R_2^0 trong biểu thức (2.13) có thể hiểu là ma trận tổng hợp từ 2 ma trận quay R_1^0 và R_2^1 . Nó mô tả 2 phép quay liên tiếp nhau:

- Quay vật (đang trùng phương với hệ $O-x_0y_0z_0$) theo R_1^0 để nó trùng phương với hệ $O-x_1y_1z_1$.

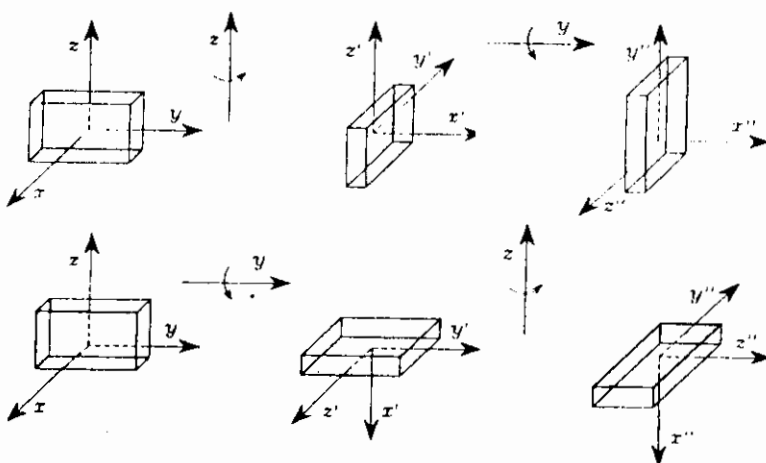
- Tiếp tục quay vật (hiện đã trùng phương với hệ $O-x_1y_1z_1$) theo R_2^1 để nó trùng phương với hệ $O-x_2y_2z_2$.

Phép quay nói trên là quay vật quanh hệ toạ độ hiện thời (hình 2.6). Cũng có thể liên tiếp thực hiện phép quay quanh hệ toạ độ ban đầu. Trong trường hợp này, các phép quay luôn luôn được thực hiện với hệ toạ độ cố định (hình 2.7).

* Từ đây về sau, chỉ số trên trong ký hiệu các vector hoặc ma trận chỉ hệ toạ độ, trong đó vector hoặc ma trận được mô tả.



Hình 2.6: Quay liên tiếp một vật theo hệ tọa độ hiện thời



Hình 2.7: Quay liên tiếp một vật theo hệ tọa độ cố định

Có thể hình dung quá trình quay theo các bước sau:

Ban đầu có 2 hệ $O-x_0y_0z_0$ và $O-x_1y_1z_1$ lệch phương nhau theo ma trận quay R_I^0 .

- Quay hệ $O-x_1y_1z_1$ cho trùng với hệ $O-x_0y_0z_0$, tương ứng ma trận quay R_0^1 .
- Quay hệ $O-x_1y_1z_1$ theo R_2^1 để nhận được hệ $O-x_2y_2z_2$.
- Bù phép quay ở bước 1 bằng phép quay ngược R_I^0 .

Quá trình trên được thể hiện bởi biểu thức sau:

$$R_2^0 = R_I^0 R_0^1 R_2^1 R_I^0$$

Vì $R_1^0 R_0^1 = I$, nên cuối cùng ta nhận được biểu thức:

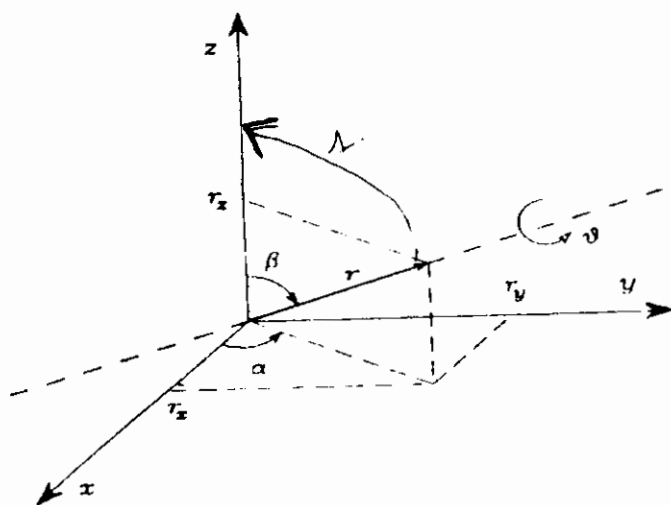
$$R_2^0 = R_2^1 R_1^0 \quad (2.14)$$

So sánh với (2.13), chúng ta nhận thấy *phép quay liên tiếp vật theo hệ tọa độ cố định* cho kết quả giống như *phép quay liên tiếp vật theo hệ tọa độ hiện thời, nhưng theo thứ tự ngược lại*. Điều đó cũng nói lên rằng không thể tùy tiện thay đổi thứ tự quay vật. Cũng có thể kiểm tra kết luận trên bằng cách so sánh phép quay trong hình 2.6 và hình 2.7.

2.2.2 Phép quay quanh trục bất kỳ

Trường hợp thường xuyên gặp phải trong nghiên cứu động học tay máy là mô tả phép quay một vật quanh trục bất kỳ.

Giả sử $r = [r_x, r_y, r_z]^T$ là vector đơn vị trong hệ $O-xyz$ của trục quay. Ma trận quay $R(r, \vartheta)$ mô tả phép quay quanh trục r một góc ϑ được xác định bằng cách tổ hợp các ma trận quay theo các trục tọa độ gốc (hình 2.8). Góc ϑ được quy ước là *dương nếu chiều quay ngược kim đồng hồ*.



Hình 2. 8: Phép quay quanh một trục bất kỳ

Một trong những cách tổ hợp có thể như sau:

- Làm trùng vector r với trục z bằng cách quay r một góc $-\alpha$ quanh trục z , sau đó là $-\beta$ quanh trục y .
- Quay một góc ϑ quanh z .

- Quay trả góc β quanh y , rồi α quanh z .

Mô tả bằng ma trận quay các phép quay trên như sau:

$$R(r, \vartheta) = R(z, \alpha)R(y, \beta)R(z, \vartheta)R(y, -\beta)R(z, -\alpha) \quad (2.15)$$

Từ các thành phần của vector r , có thể biểu diễn các hàm siêu việt để tính các thành phần của ma trận quay trong (2.15) như sau:

$$\sin \alpha = \frac{r_y}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}; \cos \alpha = \frac{r_x}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}; \sin \beta = \frac{r_z}{\sqrt{r_x^2 + r_y^2}}; \cos \beta = r_z$$

Thay chúng vào (2.15), nhận được ma trận quay $R(r, \vartheta)$, mô tả phép quay quanh trục bất kỳ như sau*:

$$R(r, \vartheta) = \begin{bmatrix} r_x^2(1 - c_\vartheta) + c_\vartheta & r_x r_y(1 - c_\vartheta) - r_z s_\vartheta & r_x r_z(1 - c_\vartheta) + r_y s_\vartheta \\ r_x r_y(1 - c_\vartheta) + r_z s_\vartheta & r_y^2(1 - c_\vartheta) + c_\vartheta & r_y r_z(1 - c_\vartheta) - r_x s_\vartheta \\ r_x r_z(1 - c_\vartheta) - r_y s_\vartheta & r_x r_z(1 - c_\vartheta) + r_y s_\vartheta & r_z^2(1 - c_\vartheta) + c_\vartheta \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Ma trận quay $R(r, \vartheta)$ có tính chất sau:

$$R(r, \vartheta) = R(-r, -\vartheta)$$

Điều đó có nghĩa là phép quay một góc ϑ quanh trục r tương đương với phép quay một góc $-\vartheta$ quanh trục $-r$.

Khi giải bài toán ngược, nghĩa là tìm góc quay ϑ và trục quay r khi biết ma trận quay:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

thì có thể sử dụng các biểu thức sau:

$$\vartheta = \cos^{-1} \left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2} \right); r = \frac{1}{2 \sin \vartheta} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

với $\sin \vartheta \neq 0$.

* Từ đây, $\cos$ sẽ được viết tắt bằng c ; $\sin$ viết tắt bằng s . Ví dụ, $\cos \vartheta \rightarrow c_\vartheta$; $\sin \vartheta \rightarrow s_\vartheta$.

Ta thấy (2.17) mô tả phép quay nhờ 4 thông số: góc quay ϑ và 3 thành phần của vector r . Tuy nhiên, vì r là vector đơn vị nên 3 thành phần của nó bị ràng buộc bởi điều kiện:

$$r_x^2 + r_y^2 + r_z^2 = 1 \quad (2.18)$$

Nếu $\sin \vartheta = 0$ thì (2.17) vô nghĩa. Khi đó, phải xét trực tiếp các trường hợp cụ thể, kể cả trường hợp $\vartheta = 0$ và $\vartheta = \pi$.

2.2.3. Mô tả tối thiểu của hướng

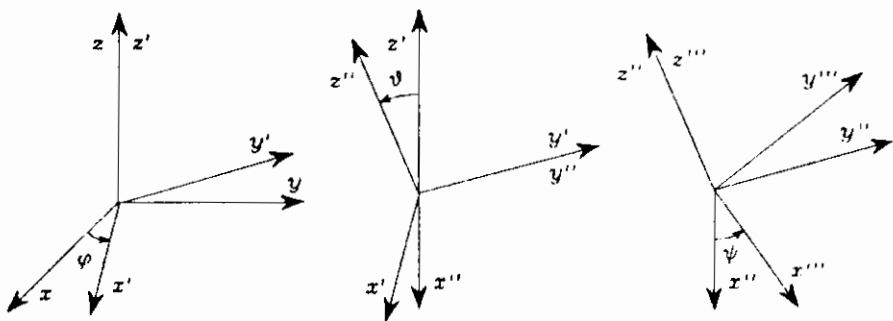
Ma trận quay dùng để mô tả hướng của vật có 9 thành phần, nhưng các thành phần này không hoàn toàn độc lập với nhau. Chúng phải vuông góc với nhau từng đôi một, nên có 6 điều kiện ràng buộc. Ngay cả phép quay quanh trục bất kỳ, tuy được mô tả bằng 4 tham số như trong (2.17), thì vẫn có một ràng buộc như biểu diễn ở (2.18).

Như vậy có nghĩa là, để mô tả phép quay (hay định hướng), chỉ cần dùng 3 tham số độc lập. Việc dùng 3 tham số độc lập để mô tả hướng được gọi là sự mô tả tối thiểu (*Minimal Representation of Orientation - MRO*). Có thể dùng các bộ ba tham số khác nhau cho MRO, nhưng thường dùng nhất là góc Euler và góc RPY.

2.2.3.1. Góc Euler

Góc Euler hình thành MRO bằng cách tổ hợp các thành phần của ma trận quay trong hệ tọa độ hiện thời. Tùy theo kiểu tổ hợp ma trận quay, có 12 bộ góc Euler khác nhau. Sau đây là một kiểu, gọi là kiểu ZYZ.

Giả sử $(\varphi \vartheta \psi)$ là một tổ hợp của góc Euler. Phép quay tương ứng với nó được hình thành theo thứ tự sau (xem hình 2.9):



Hình 2. 9: Sự hình thành góc Euler ZYZ

- Quay hệ toạ độ một góc φ quanh z , tương ứng ma trận quay $R(z, \varphi)$, xem (2.4).

- Quay tiếp hệ toạ độ hiện thời góc ϑ quanh y' , tương ứng $R(y', \vartheta)$, xem (2.5).

- Quay tiếp hệ toạ độ hiện thời góc ψ quanh z'' , tương ứng $R(z'', \psi)$, xem (2.4).

Hướng của hệ toạ độ cuối cùng là kết quả của sự tổ hợp các phép quay trong hệ toạ độ hiện thời:

$$R_{tut} = R(z, \varphi)R(y', \vartheta)R(z'', \psi) =$$

$$= \begin{bmatrix} c_\varphi c_\vartheta c_\psi - s_\varphi s_\psi & -c_\varphi c_\vartheta s_\psi - s_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\vartheta \\ s_\varphi c_\vartheta c_\psi + c_\varphi s_\psi & -s_\varphi c_\vartheta s_\psi + c_\varphi c_\psi & s_\varphi s_\vartheta \\ -s_\vartheta c_\psi & s_\vartheta s_\psi & c_\vartheta \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Bài toán ngược được giải bằng cách so sánh (2.19) với ma trận quay cho trước:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Chú ý các phần tử [1, 3], [2, 3] và [3, 3] của (2.19) với giả thiết $r_{13} \neq 0$ và $r_{33} \neq 0$, ta có:

$$\varphi = \text{Atan}2(r_{23}, r_{13}) \text{ và } \vartheta = \text{Atan}2(\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33})^*$$

Yêu cầu $\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2} > 0$ (nghĩa là $\sin(\vartheta) > 0$), góc ϑ nằm trong khoảng $(0, \pi)$. Để ý các phần tử [3, 1] và [3, 2], ta có:

$$\psi = \text{Atan}2(r_{32}, -r_{31})$$

Tổng hợp lại, nếu chọn ϑ trong khoảng $(0, \pi)$, có lời giải sau cho bài toán ngược:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \text{Atan}2(r_{23}, r_{13}) \\ \vartheta &= \text{Atan}2(\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}) \\ \psi &= \text{Atan}2(r_{32}, -r_{31}) \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

* $\text{Atan}2(y, x)$ là $\arctang(y/x)$, có tính đến dấu của các đối số để xác định xem góc đang xét nằm ở góc phần tư nào.

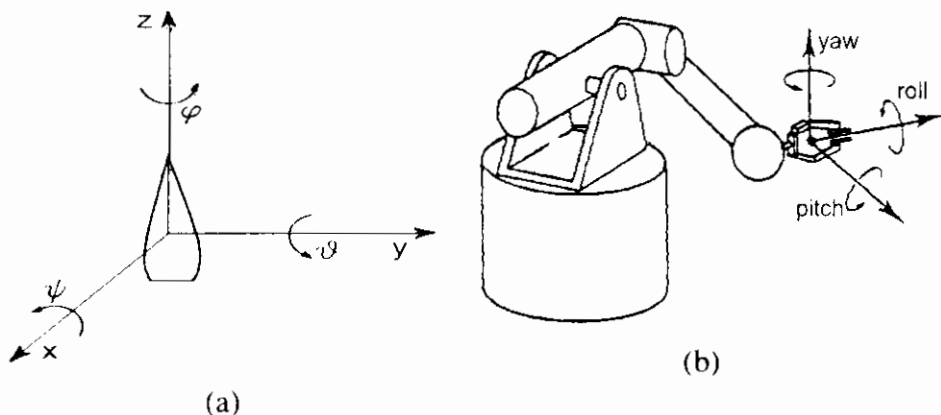
Nếu chọn ϑ trong khoảng $(-\pi, 0)$, có lời giải tương tự:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \text{Atan } 2(-r_{23}, -r_{13}) \\ \vartheta &= \text{Atan } 2(-\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}) \\ \psi &= \text{Atan } 2(-r_{32}, r_{31}) \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Lời giải bị suy thoái khi $s_\vartheta = 0$. Khi đó chỉ có thể tính tổng hoặc hiệu của φ và ψ . Nếu $\vartheta = 0$ hoặc $\vartheta = \pi$, thì phép quay chỉ thực hiện quanh các trục tọa độ ban đầu.

2.2.3.2. Góc RPY

Khác với góc Euler, góc RPY hình thành MRO bằng cách tổng hợp các phép quay thành phần trong hệ tọa độ cố định. RPY là các chữ tắt của các từ mô tả ba chuyển động của con tàu: Roll - chòng chành, Pitch - bồng bênh và Yaw - chệch hướng (hình 2.10).



Hình 2.10: Mô tả góc RPY (a) và thể hiện của nó trên tay máy (b)

Phép quay tương ứng với góc RPY được thực hiện theo trình tự sau:

- Quay hệ tọa độ gốc một góc φ quanh trục z . Phép quay này được mô tả bằng ma trận quay $R(z, \varphi)$ và biểu thức (2.4).
- Quay tiếp một góc ϑ quanh trục y , tương ứng với ma trận quay $R(y, \vartheta)$ và biểu thức (2.5).
- Quay tiếp một góc ψ quanh trục x , tương ứng với ma trận quay $R(x, \psi)$ và biểu thức (2.6).

Ma trận quay tổng hợp là tích của các ma trận quay thành phần. Chú ý rằng các phép quay được thực hiện theo hệ tọa độ ban đầu (xem lại mục 2.2.1):

$$R_{RPY} = R(z, \varphi)R(y, \vartheta)R(x, \psi) = \begin{bmatrix} c_\varphi c_\vartheta & c_\varphi s_\vartheta s_\psi - s_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\vartheta c_\psi + s_\varphi s_\psi \\ s_\varphi c_\vartheta & s_\varphi s_\vartheta s_\psi + c_\varphi c_\psi & s_\varphi s_\vartheta c_\psi - c_\varphi s_\psi \\ -s_\vartheta & c_\vartheta s_\psi & c_\vartheta c_\psi \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Tương tự như trường hợp góc *Euler*, bài toán ngược được giải bằng cách so sánh (2.22) với ma trận quay cho trước:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Để $\sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2} > 0$ thì ϑ nằm trong khoảng $(-\pi/2, \pi/2)$. Khi đó ta có lời giải sau:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \text{Atan } 2(r_{21}, r_{11}) \\ \vartheta &= \text{Atan } 2(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}) \\ \psi &= \text{Atan } 2(r_{32}, r_{33}) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Với ϑ trong khoảng $(\pi/2, 3\pi/2)$, có lời giải sau:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \text{Atan } 2(-r_{21}, -r_{11}) \\ \vartheta &= \text{Atan } 2(-r_{31}, -\sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}) \\ \psi &= \text{Atan } 2(-r_{32}, -r_{33}) \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

Lời giải bị suy thoái khi $c_\vartheta = 0$. Khi đó chỉ có thể tính tổng hoặc hiệu của φ và ψ .

2.3. PHÉP CHUYỂN ĐỔI THUẦN NHẤT

Chuyển động tổng quát trong không gian của một vật rắn gồm 2 thành phần: tịnh tiến (*chuyển vị*) và quay (*chuyển hướng*).

Giả sử có một điểm P trong không gian (hình 2.11). p^0 là vector của P trong hệ toạ độ $O_0-x_0y_0z_0$; p^I là vector trong hệ $O_I-x_Iy_Iz_I$. o_I^0 là vector chuyển vị của gốc O_I so với O_0 , còn R_I^0 là ma trận quay của hệ 1 so với hệ 0. Thế của điểm P so với hệ $O_0-x_0y_0z_0$ có thể được biểu diễn bằng biểu thức sau:

$$p^0 = o_I^0 + R_I^0 p^I \quad (2.25)$$



Bằng cách nhân 2 vế của (2.25) với R_1^{0T} và chú ý rằng $R_1^{0T} = R_0^1$, nhận được phương trình biểu diễn chuyển vị ngược lại:

$$p^1 = -R_0^1 o_1^0 + R_0^1 p^0 \quad (2.26)$$

Cả 2 biểu thức trên đều thể hiện rằng, phép chuyển đổi tọa độ có thể biểu diễn dưới dạng tổ hợp của phép chuyển vị và phép quay. Có thể biểu diễn phép chuyển đổi kiểu trên nhờ một ma trận duy nhất A_1^0 gồm 4 ma trận con:

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & O_1^0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Trong đó R_1^0 là ma trận quay dạng 3×3 , O_1^0 là vector chuyển vị có dạng ma trận 3×1 , 0^T là vector chuyển vị phối cảnh và đối với động học robot là vector 0, 1 là giá trị của hệ số tỷ lệ. Ma trận trên được gọi là *ma trận chuyển đổi thuần nhất*. Phép chuyển đổi nhờ ma trận thuần nhất được gọi là *phép chuyển đổi thuần nhất*.

Bằng cách trên, có thể biểu diễn các phép quay cơ bản:

$$R(z, \alpha) = \begin{bmatrix} c_\alpha & -s_\alpha & 0 & 0 \\ s_\alpha & c_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

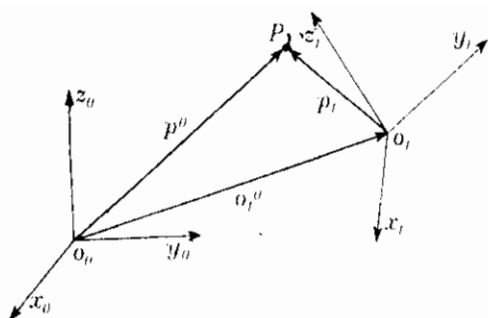
quay (z) 1 góc

$$R(y, \beta) = \begin{bmatrix} c_\beta & 0 & s_\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_\beta & 0 & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

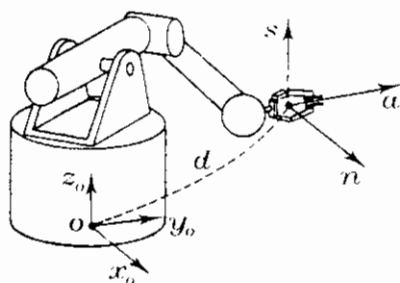
$$R(x, \gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\gamma & -s_\gamma & 0 \\ 0 & s_\gamma & c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

và phép tịnh tiến cơ bản:

$$T(d_x, d_y, d_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$



Hình 2. 11: Biểu diễn điểm P trong các hệ tọa độ khác nhau



Hình 2. 12: Hệ tọa độ trên bàn tay

Nhờ 4 ma trận cơ bản này có thể biểu diễn chuyển động bất kỳ của một vật trong không gian.

Thông qua ma trận chuyển đổi thuận nhất, có thể biểu diễn phép chuyển đổi tọa độ tổng quát (2.25) dưới dạng thuận nhất:

$$\tilde{p}^0 = A_1^0 \tilde{p}^1$$

trong đó:
$$\tilde{p}'' = \begin{bmatrix} p'' \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \tilde{p}' = \begin{bmatrix} p' \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tương tự, chuyển đổi thuận nhất giữa hệ tọa độ 0 sang hệ tọa độ 1:

$$\tilde{p}^1 = A_0^1 \tilde{p}^0 = (A_1^0)^{-1} \tilde{p}^0$$

hoặc:
$$A_0^1 = \begin{bmatrix} R_1^{0T} & -R_1^{0T} o_1^0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^1 & -R_0^1 o_1^0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}$$

Chú ý rằng, đối với ma trận chuyển đổi thuận nhất tính chất trực giao, nghĩa là $A^{-1} \neq A^T$ không được đảm bảo.

Nói tóm lại, phép chuyển đổi thuận nhất cho phép biểu diễn dưới dạng thu gọn phép chuyển đổi giữa 2 hệ tọa độ. Rõ ràng, nếu gốc của 2 hệ tọa độ trùng nhau thì phép chuyển đổi thuận nhất trở thành phép quay. Ngược lại, nếu gốc quay bằng 0 thì nó trở thành phép tịnh tiến.

Tương tự với phép quay, ma trận của phép tịnh tiến tổng hợp có thể được biểu diễn dưới dạng tích các ma trận tịnh tiến thành phần:

$$\tilde{p}^0 = A_1^0 A_2^1 \dots A_n^{n-1} \tilde{p}^1$$

Trong đó, A_i^{i-1} mô tả chuyển đổi thuận nhất tọa độ một điểm từ hệ thứ i về hệ thứ $i-1$.

2.4. BÀI TOÁN THUẬN CỦA ĐỘNG HỌC TAY MÁY

Trong đại đa số các trường hợp, tay máy là một chuỗi động hờ, được cấu tạo bởi một số khâu (*Links*), được nối với nhau nhờ các khớp. Một đầu của chuỗi nối với giá (*Base*), còn đầu kia nối với phần công tác. Mỗi khâu hình thành cùng với khớp phía trước nó một cặp khâu - khớp. Tùy theo kết cấu của mình mà mỗi loại khớp đảm bảo cho khâu nối sau nó các khả năng chuyển động nhất định.

Mỗi khớp (thực chất là cặp khâu - khớp) được đặc trưng bởi 2 loại thông số:

- Các thông số không thay đổi giá trị trong quá trình làm việc của tay máy được gọi là **tham số**.

- Các thông số thay đổi khi tay máy làm việc được gọi là các **biến khớp**.

Hai loại khớp thông dụng nhất trong kỹ thuật tay máy là **khớp trượt** và **khớp quay**. Chúng đều là loại khớp có một bậc tự do.

Bài toán thuận nhằm mô tả *thế* (vị trí và hướng) của phần công tác dưới dạng hàm số của các biến khớp. Giả sử có một tay máy với $n+1$ khâu và n khớp (hình 2.13). Thế của phần công tác so với hệ tọa độ gốc $O_0-x_0y_0z_0$ được mô tả bằng vector định vị p^0 và hướng của các vector chỉ phương n, s, a . Phép chuyển đổi tọa độ được biểu diễn bằng ma trận chuyển đổi thuận nhất:

$$T^0(q) = \begin{bmatrix} n^0(q) & s^0(q) & a^0(q) & p^0(q) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Trong đó, q là vector n phần tử, gồm các biến khớp; p là vector định vị; n, s, a là các vector chỉ phương của phần công tác, cũng chính là vector đơn vị của các trục tọa độ. Nếu phần công tác là tay gấp thì gốc tọa độ đặt vào tâm quay; vector a đặt theo phương tiến đến vật; s nằm trong mặt phẳng trượt của hàm kẹp; n vuông góc với a và s theo quy tắc bàn tay phải.

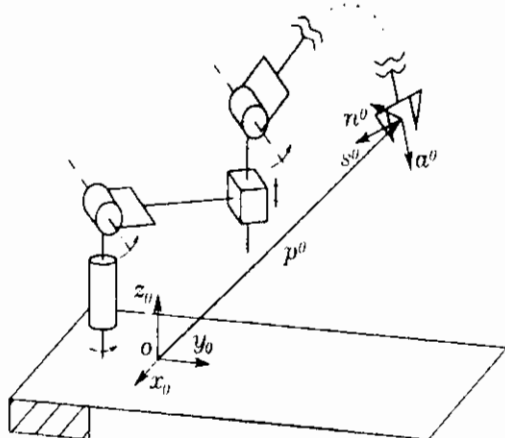
Một trong những phương pháp giải bài toán thuận là dùng trực tiếp hình học giải tích. Ví dụ, đối với trường hợp cơ cấu 2 khâu phẳng (hình 2.14), ta có*:

* Ký hiệu $s_{i...j} = \sin(q_i + \dots + q_j)$; $c_{i...j} = \cos(q_i + \dots + q_j)$.

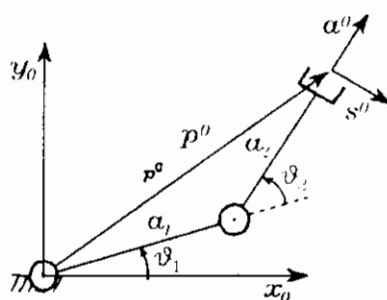
$$T^0(q) = \begin{bmatrix} n^0 & s^0 & a^0 & p^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s_x^0 & a_x^0 & p_x^0 \\ 0 & s_y^0 & a_y^0 & p_y^0 \\ 1 & s_z^0 & a_z^0 & p_z^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & s_{12} & c_{12} & a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ 0 & -c_{12} & s_{12} & a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Phương pháp tính toán trực tiếp chỉ áp dụng được cho các cơ cấu đơn giản. Để có thể giải các bài toán tổng quát cần một thuật giải chung. Một trong những thuật giải như vậy xuất phát từ quy tắc Denavit-Hartenberg, được Denavit và Hartenberg xây dựng vào năm 1955. Đó là quy tắc thiết lập hệ thống tọa độ trên các cặp khâu - khớp trên tay máy. Dựa trên hệ tọa độ này có thể mô tả các cặp bằng hệ thống các tham số, biến khớp và áp dụng một dạng phương trình tổng quát cho bài toán động học tay máy.



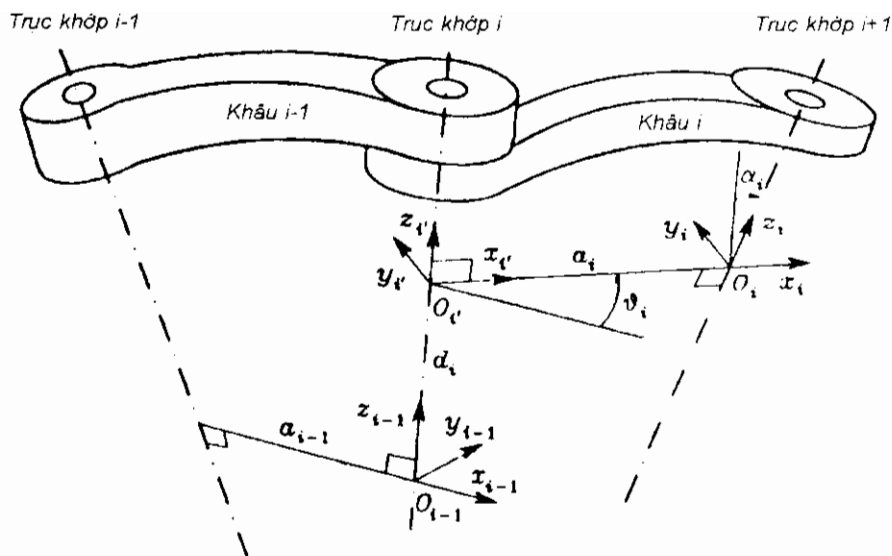
Hình 2.13: Mô tả thể của phần công tác



Hình 2.14: Chuỗi phẳng 2 khâu

2.4.1. Mô tả quy tắc Denavit-Hartenberg

Giả sử trong chuỗi động học của tay máy có n khâu, khâu thứ i nối khớp thứ i với khớp thứ $i+1$ (hình 2.15).



Hình 2. 15: Biểu diễn các thông số động học theo quy tắc Denavit-Hartenberg

Theo quy tắc *Denavit-Hartenberg* thì hệ toạ độ được gắn lên các khâu, khớp như sau*:

- Đặt trục toạ độ z_i dọc theo trục của khớp sau (thứ $i+1$).
- Đặt gốc toạ độ O_i tại giao điểm giữa z_i và pháp tuyến chung nhỏ nhất của trục z_i và z_{i-1} . Giao điểm của pháp tuyến chung với trục z_{i-1} là gốc O'_i của hệ $O'_i-x'_i y'_i z'_i$.

* Đối với quy tắc *Denavit-Hartenberg*, có một số trường hợp đặc biệt, cho phép đơn giản hoá thủ tục tính toán:

- Đối với hệ toạ độ gốc chỉ có phương của trục z_0 là xác định. Gốc O_0 và trục x_0 có thể chọn tùy ý.
- Đối với hệ thứ n , chỉ có phương của trục x_n là xác định. Trục z_n có thể chọn tùy ý.
- Khi 2 khớp liên nhau có trục song song, vị trí của pháp tuyến chung có thể lấy bất kỳ.
- Khi trục của 2 khớp liên nhau có trục cắt nhau, phương của trục x_i có thể chọn bất kỳ.
- Khi khớp thứ i là khớp trượt thì chỉ có phương của trục z_{i-1} là xác định.

- Đặt trục tọa độ x_i theo phương pháp tuyến chung giữa z_{i-1} và z_i , hướng từ khớp thứ i đến khớp thứ $i+1$.

- Trục y_i vuông góc với x_i và z_i theo quy tắc bàn tay phải.

Sau khi được thiết lập, vị trí của hệ $O_i-x_i y_i z_i$ so với hệ $O_{i-1}-x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ hoàn toàn xác định nhờ các thông số sau:

- $a_i = O_i O'_i$: khoảng cách giữa 2 khớp liên tiếp theo phương x_i .

- $d_i = O_{i-1} O'_i$: khoảng cách giữa 2 khớp liên tiếp theo phương z_{i-1} .

- α_i : góc quay quanh trục x_i giữa z_{i-1} và z_i .

- θ_i : góc quay quanh trục z_{i-1} giữa x_{i-1} và x_i .

Trong 4 thông số trên thì a_i và α_i chỉ phụ thuộc vào kết cấu của khâu thứ i . Nếu là khớp quay thì θ_i là biến, còn $d_i = const$. Với khớp trượt thì d_i là biến, còn $\theta_i = const$.

Đến đây, có thể mô tả phép chuyển tọa độ giữa hệ i và hệ $i-1$, như sau:

- Tịnh tiến hệ $O_{i-1}-x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ dọc theo trục z_{i-1} một khoảng d_i , sau đó quay một góc θ_i để nhận được hệ $O'_i-x'_i y'_i z'_i$. Ma trận chuyển đổi thuận nhất tương ứng là:

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & 0 \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Tịnh tiến hệ $O'_i-x'_i y'_i z'_i$ vừa nhận được một khoảng a_i dọc trục x_i , sau đó quay nó quanh trục x_i một góc α_i để nhận được hệ $O_i-x_i y_i z_i$. Ma trận chuyển đổi thuận nhất tương ứng là

$$A_i^{i'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & c_{\alpha_i} & -s_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ma trận tổng hợp nhận được bằng cách nhân hai ma trận trên:

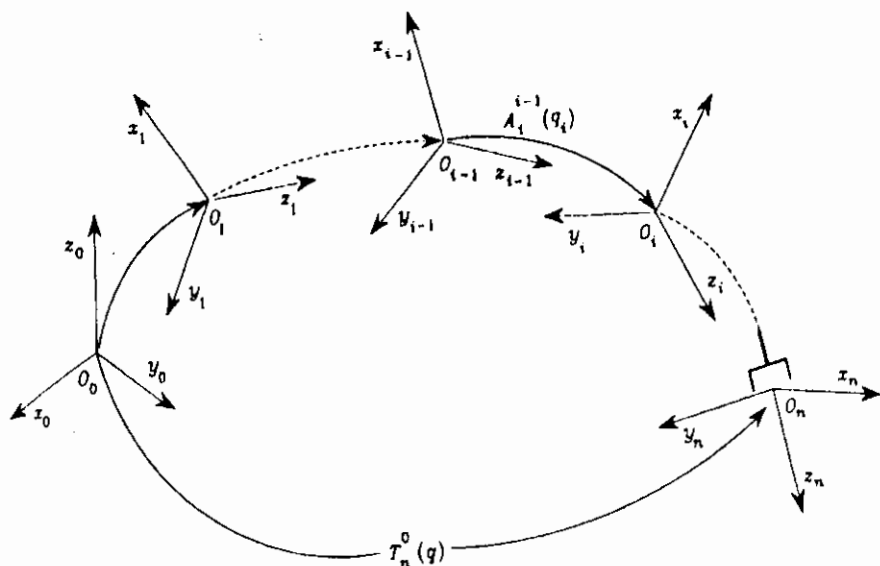
$$A_i^{i-1}(q_i) = A_i^{i-1} A_i^{i'} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Chú ý rằng, ma trận chuyển vị từ hệ i đến hệ $i-1$ là hàm của các biến khớp θ_i (nếu khớp thứ i là khớp quay) hoặc d_i (nếu khớp thứ i là khớp trượt).

Một cách tổng quát, quy tắc Denavit-Hartenberg cho phép tổ hợp các ma trận chuyển vị riêng rẽ thành một ma trận chuyển vị thuận nhất, biểu diễn vị trí và hướng của khâu n so với khâu cơ sở.

$$T_n^0(q) = \begin{bmatrix} n_x^0 & s_x^0 & a_x^0 & p_x^0 \\ n_y^0 & s_y^0 & a_y^0 & p_y^0 \\ n_z^0 & s_z^0 & a_z^0 & p_z^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A_1^0(q_1) A_2^1(q_2) \dots A_n^{n-1}(q_n) \quad (2.34)$$

Quy tắc này có thể áp dụng cho chuỗi hở bất kỳ trong kết cấu tay máy, như biểu diễn trong hình 2.16.

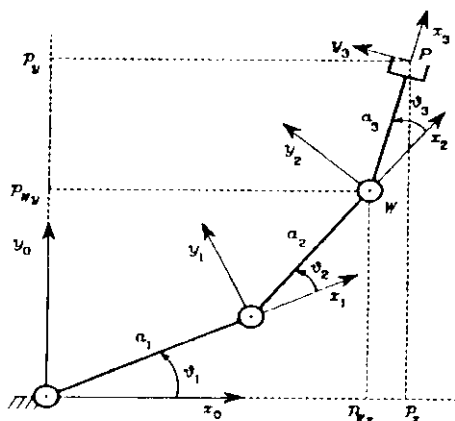


Hình 2. 16: Sơ đồ chuyển vị của phân công tác so với cơ sở

2.4.2. Một số ví dụ áp dụng quy tắc Denavit-Hartenberg

Cơ cấu 3 khâu phẳng

Cơ cấu có 3 khớp quay với các trục song song. Đặt trục x_i dọc theo phương của các khâu, còn các tham số $d_i = 0$. Các biến khớp là các góc quay θ_i . Sơ đồ động học và bảng tham số Denavit-Hartenberg như trên hình 2.17.



Bảng thông số Denavit-Hartenberg

Khâu	a_i	α_i	d_i	ϑ_i
1	a_1	0	0	ϑ_1
2	a_2	0	0	ϑ_2
3	a_3	0	0	ϑ_3

Hình 2. 17: Cơ cấu 3 khâu phẳng

Vì các cặp khâu - khớp có kết cấu tương tự nhau, nên từ (2.34) có thể viết cả 3 ma trận chuyển đổi thuận nhất dưới dạng như nhau:

$$A_i^{-1}(\vartheta_i) = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & a_i c_i \\ s_i & c_i & 0 & a_i s_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{với } i = 1, 2, 3)$$

Ma trận chuyển vị (2.34) bây giờ trở thành

$$T_3^0(q) = A_1^0 A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} + a_3 c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} + a_3 s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

trong đó $q = [\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \vartheta_3]^T$.

Cơ cấu tọa độ cầu

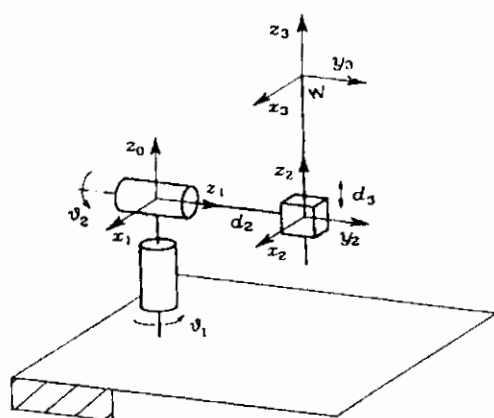
Cơ cấu tay máy cầu và bảng tham số của nó được cho trong hình 2.18. Vì z_0 và z_1 cắt nhau, nên $d_1 = 0$.

Từ (2.34), có thể viết các ma trận chuyển vị thành phần như sau:

$$A_1^0(\vartheta_1) = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1(\vartheta_2) = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2(\vartheta_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Bảng tham số Denavit-Hartenberg

Khớp	a_i	α_i	d_i	ϑ_i
1	0	$-\pi/2$	0	ϑ_1
2	0	$\pi/2$	d_2	ϑ_2
3	0	0	d_3	0

Hình 2. 18: Tay máy kiểu tọa độ cầu

Ma trận chuyển vị tổng hợp

$$T_3^0(q) = A_1^0 A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -s_1 & c_1 s_2 & c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 \\ s_1 c_2 & c_1 & s_1 s_2 & s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 \\ -s_2 & 0 & c_2 & c_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

trong đó $q = [\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \vartheta_3]^T$.

2.4.3. Vùng hoạt động của phần công tác

Như đã nói ở trên, vị trí của phần công tác được đại diện bởi vị trí của gốc tọa độ gắn trên nó so với hệ tọa độ chung, nghĩa là bởi vector p . Tương tự, hướng của phần công tác được mô tả thông qua bộ các tham số MRO và, một cách hình thức, ta biểu diễn bằng vector ϕ . Tổng hợp lại,

thế của phần công tác được biểu diễn bằng vector ($m \times 1$), với $m \leq$ số biến khớp (n):

$$x = \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Biểu thức này dùng một số lượng tối thiểu các thông số độc lập nhau để mô tả thế của phần công tác. Nó cũng biểu diễn vùng, trong đó tay máy có thể hoạt động theo đúng chức năng của nó, gọi là vùng hoạt động.

Vector ($n \times 1$) biểu diễn miền giá trị của các biến khớp q_i , gọi là *không gian khớp*:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

trong đó, $q_i = \mathcal{G}_i$, cho khớp quay; $q_i = d_i$ cho khớp trượt.

Bằng cách này có thể viết phương trình động học của tay máy dưới dạng khác:

$$x = k(q) \quad (2.39)$$

Ví dụ, với cơ cấu 3 khâu phẳng (hình 2.17), có thể nhận thấy vị trí của phần công tác được xác định nhờ 2 toạ độ p_x, p_y , còn hướng của phần công tác được xác định nhờ góc ϕ giữa nó với trục x_0 . Đối chiếu với (2.35), có thể biểu diễn vị trí của phần công tác thông qua 2 phần tử đầu của cột thứ tư, còn hướng của nó qua góc $\phi = \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2 + \mathcal{G}_3$.

$$x = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ \phi \end{bmatrix} = k(q) = \begin{bmatrix} a_1 c_1 + a_2 c_{12} + a_3 c_{123} \\ a_1 s_1 + a_2 s_{12} + a_3 s_{123} \\ \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2 + \mathcal{G}_3 \end{bmatrix}$$

Đó cũng chính là trường hợp riêng của (2.37), biểu diễn vùng hoạt động của tay máy 3 khâu phẳng.

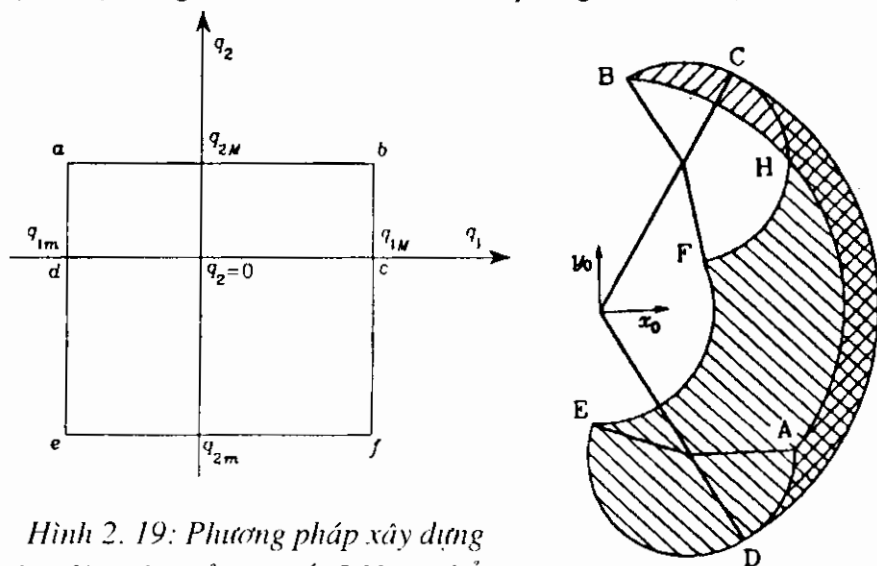
Một trong những thông số động học quan trọng của tay máy là *vùng làm việc (Workspace)* của nó. Đó là không gian mà gốc toạ độ của phần công tác có thể với tới được, tức là không tính đến sự định hướng của phần công tác. Đôi khi người ta phân biệt vùng làm việc nói trên (gọi là *Reachable Workspace*) với vùng làm việc có tính đến sự định hướng của phần công tác (*Dexterous Workspace*).

Thể tích và hình dạng của vùng làm việc phụ thuộc vào kết cấu của tay máy và giới hạn (miền giá trị) của các biến khớp. Đối với tay máy có n bậc tự do, vùng làm việc là tập hợp mọi vị trí có thể của phần công tác, như mô tả trong phương trình động học:

$$p = p(q); \quad q_{im} \leq q_i \leq q_{iM}; \quad i = 1 \dots n.$$

trong đó, q_{im} (q_{iM}) là giá trị giới hạn dưới (trên) của mỗi biến khớp. Vùng làm việc này có các tính chất: có giới hạn, khép kín và liên thông.

Biểu diễn hình học vùng công tác của tay máy là điều phức tạp. Tuy nhiên, chúng ta có thể hình dung về vùng làm việc của tay máy thông qua một ví dụ đơn giản. Đó là cơ cấu 2 khâu phẳng (hình 2.19).



Hình 2.19: Phương pháp xây dựng vùng làm việc của cơ cấu 2 khâu phẳng

Cấu hình và thể của cẳng tay được thể hiện bằng hình chữ nhật kín $abcfed$. Đoạn ab tương ứng với $q_2 = q_{2M}$, còn q_1 biến thiên từ q_{1m} đến q_{1M} . Ta vẽ được cung AB tương ứng trong hình bên phải. Cung BF tương ứng đoạn bf : $q_1 = q_{1M}$ còn q_2 giảm từ q_{2M} đến q_{2m} . Tương tự, ta vẽ được các cung FE , EA . Vùng công tác còn được hình thành bởi cung CD ứng với $q_2 = 0$, còn q_1 biến thiên từ q_{1m} đến q_{1M} .

2.5. BÀI TOÁN NGƯỢC CỦA ĐỘNG HỌC TAY MÁY

Bài toán thuận của động học tay máy cho phép xác định thể của phần công tác, và có thể cả vùng làm việc của nó theo quan hệ với các thông số động học của các cặp khâu - khớp. Bài toán ngược nhằm xác định bộ

thông số động học để đảm bảo chuyển động cho trước của phần công tác. Theo biểu thức (2.34), nếu có bộ các thông số xác định thì có thể xác định $T_n^0(q)$ một cách đơn trị. Đối với bài toán ngược thì không hẳn như vậy, vì:

- Các phương trình có dạng phi tuyến và siêu việt, thường không cho lời giải đúng.
- Có thể có nhiều lời giải.
- Có thể gặp nghiệm vô định, vì các liên kết thừa (giống như kết cấu siêu tĩnh).
- Có thể có nghiệm tìm được bằng toán học lại không chấp nhận được về mặt vật lý, do các ràng buộc về kết cấu.

Tính đa nghiệm của bài toán ngược không chỉ phụ thuộc vào số các biến khớp (tức là số bậc tự do) mà cả vào số lượng các tham số khác không trong kết cấu. Nói chung, số lượng này càng lớn thì số lời giải chấp nhận được càng nhiều. Ví dụ, tay máy 6 bậc tự do có thể có tới 16 nghiệm. Điều đó đòi hỏi phải có các điều kiện phụ về cơ cấu để giảm số nghiệm này.

Việc tìm kiếm một nghiệm phù hợp đòi hỏi ở người thiết kế một trực giác về toán học và về kết cấu để dự đoán những điểm hoặc khu vực khả dĩ giảm được số nghiệm cần chọn lựa.

2.5.1. Cơ cấu 3 khâu phẳng

Cơ cấu 3 khâu phẳng được hình dung như trong hình 2.17. So sánh phương trình động học của nó (2.35) với phương trình động học tổng quát (2.34) ta có thể xác định tọa độ của điểm W (gốc tọa độ của khớp 2):

$$\left. \begin{aligned} P_{w_x} &= p_x - a_3 c_\phi = a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ P_{w_y} &= p_y - a_3 s_\phi = a_1 s_1 + a_2 s_{12} \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Mặt khác, từ hình học của cơ cấu, có giới hạn về góc nghiêng của phần công tác với thân:

$$\phi = \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 \quad (2.41)$$

Bình phương rồi cộng 2 vế của (2.40) sẽ rút ra được

$$c_2 = \frac{p_{w_x}^2 + p_{w_y}^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1 a_2}$$

Tất nhiên, c_2 phải thỏa mãn điều kiện $-1 \leq c_2 \leq 1$.

Từ đó ta có $s_2 = \pm \sqrt{1 - c_2^2}$.

Trong đó, dấu cộng ứng với thế bàn tay hướng lên, còn dấu trừ ứng với thế bàn tay hướng xuống. Vậy:

$$\mathcal{G}_2 = A \tan 2(s_2, c_2)$$

Thay $\mathcal{G}_2$ vào (2. 40) rồi giải hệ phương trình đó, nhận được

$$s_1 = \frac{(a_1 + a_2 c_2) p_{w_1} - a_2 s_2 p_{w_2}}{p_{w_1}^2 + p_{w_2}^2}$$

$$c_1 = \frac{(a_1 + a_2 c_2) p_{w_1} + a_2 s_2 p_{w_2}}{p_{w_1}^2 + p_{w_2}^2}$$

$$\mathcal{G}_1 = A \tan 2(s_1, c_1).$$

Cuối cùng, tính được: $\mathcal{G}_3 = \phi - \mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2$

2.5.2. Cơ cấu cầu

Cơ cấu cầu (hình 2.18) và phương trình động học của nó như (2.36). Cần xác định giá trị của các biến khớp $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, d_3$ tương ứng vị trí xác định của điểm gốc tọa độ W trên phần công tác. Để thuận tiện, vị trí của W được xác định theo hệ 1. Vậy, từ (2.36) có biểu thức

$$(A_1^0)^{-1} T_3^0 = A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & d_3 s_2 \\ s_2 & 0 & -c_2 & -d_3 c_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bình phương 3 phần tử đầu của cột thứ 4 của ma trận trên 2 vế, được biểu thức chỉ phụ thuộc $\mathcal{G}_2$ và d_3 :

$$p^1 w = \begin{bmatrix} p_{w_1} c_1 + p_{w_2} s_1 \\ -p_{w_2} \\ -p_{w_1} s_1 + p_{w_2} c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_3 s_2 \\ -d_3 c_2 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (2. 42)$$

Để giải phương trình, đặt

$$t = \tan(\mathcal{G}_1/2)$$

$$\text{để cho } c_1 = \frac{1-t^2}{1+t^2} \text{ và } s_1 = \frac{2t}{1+t^2}.$$

Thay chúng vào vế trái của (2.42), được phương trình

$$(d_2 + p_{w_1})t^2 + 2p_{w_1}t + d_2 - p_{w_1} = 0$$

Giải ra, ta được:

$$t = \frac{-p_{w_1} \pm \sqrt{p_{w_1}^2 + p_{w_1}^2 - d_2^2}}{d_2 + p_{w_1}}$$

với điều kiện biệt thức phải dương. Hai nghiệm tương ứng với 2 thể khác nhau của bàn tay là

$$\mathcal{G}_1 = 2A \tan 2(-p_{w_1} \pm \sqrt{p_{w_1}^2 + p_{w_1}^2 - d_2^2}, d_2 + p_{w_1})$$

Từ hai phần tử đầu của (2.42), nhận được

$$\frac{p_{w_1}c_1 + p_{w_1}s_1}{-p_{w_2}} = \frac{d_3s_2}{-d_3c_2}$$

Từ đó:
$$\mathcal{G} = A \tan 2(p_{w_1}c_1 + p_{w_1}s_1, p_{w_2})$$

Cuối cùng, bình phương và cộng 2 phần tử đầu của (2.42), được:

$$d_3 = \sqrt{(p_{w_1}c_1 + p_{w_1}s_1)^2 + p_{w_2}^2}$$

với điều kiện $d_3 > 0$.

2.6. BÀI TOÁN VẬN TỐC

Trong điều khiển robot, cần phải quan tâm đến quan hệ giữa các khâu, khớp và phần công tác không chỉ về thể mà cả về vận tốc và gia tốc. Bài toán vị trí đã được tập trung trình bày ở các mục trên. Vấn đề gia tốc liên quan đến động lực học sẽ được xét trong chương sau. Phần này sẽ nói về quan hệ giữa vận tốc chuyển động tại các khớp (gọi là vận tốc khớp - *Joint Velocity*) với vận tốc của phần công tác trong một hệ quy chiếu xác định.

2.6.1. *Jacobian* hình học

Giả sử một tay máy có n bậc tự do. Phương trình động học của nó có dạng như (2.32), được viết gọn lại như sau:

$$T(q) = \begin{bmatrix} R(q) & p(q) \\ O^T & 1 \end{bmatrix}$$

với $q = [q_1 \dots q_n]^T$ là vector các biến khớp.

Cần xác định quan hệ hàm số giữa vận tốc thẳng $\dot{p}$ và vận tốc góc ω của phần công tác với vận tốc khớp $\dot{q}$:

$$\dot{p} = J_p(q) \dot{q}; \quad \omega = J_o(q) \dot{q}$$

trong đó, J_p và J_o là các ma trận $(3 \times n)$, tương ứng biểu diễn ảnh hưởng của các vận tốc khớp $\dot{q}$ đến vận tốc thẳng $\dot{p}$ và vận tốc góc ω .

Có thể viết phương trình trên dưới dạng gọn hơn:

$$v = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \omega \end{bmatrix} = J(q) \dot{q}, \quad (2.43)$$

trong đó $J = \begin{bmatrix} J_p \\ J_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{p1} & \dots & j_{pn} \\ j_{o1} & \dots & j_{on} \end{bmatrix}$ là hàm số của các vận tốc khớp và

được gọi là *Jacobian*. Vì nó được xác định bằng phương pháp hình học nên mang tên là *Jacobian hình học*.

Để tiện cho việc tính toán Jacobian cần phân biệt trường hợp khớp trượt ($q_i = d_i$) và khớp quay ($q_i = \theta_i$).

Trường hợp khớp trượt

- Cho vận tốc thẳng, vì $q_i = d_i$, nên: $\dot{q}_i j_{pi} = \dot{d}_i z_{i-1}$. Vì vậy $j_{pi} = z_{i-1}$.

- Cho vận tốc góc, vì $q_i = \theta_i$, nên: $\dot{q}_i j_{oi} = 0$. Vì vậy $j_{oi} = 0$.

Trường hợp khớp quay

- Đối với vận tốc thẳng, như trên hình 2.20, ta có:

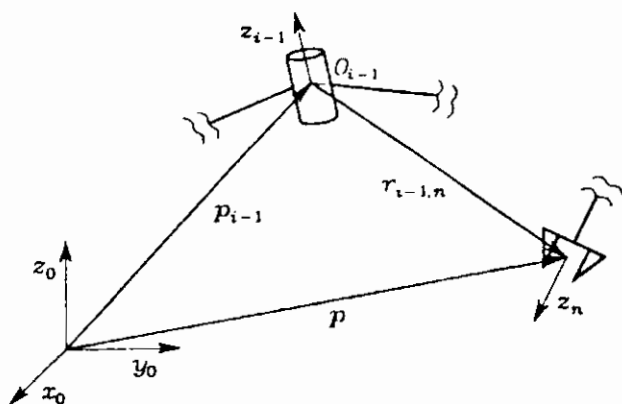
$$\dot{q} j_{pi} = \omega_{i-1,i} \times r_{i-1,n} = \dot{\theta}_i z_{i-1} \times (p - p_{i-1})$$

Vì $\dot{q} = \dot{\theta}$ nên cuối cùng ta có: $j_{pi} = z_{i-1} \times (p - p_{i-1})$.

- Cho vận tốc góc, vì $q_i = \theta_i$, nên: $\dot{q}_i j_{oi} = \dot{\theta}_i z_{i-1}$. Vì vậy $j_{oi} = z_{i-1}$.

Tổng hợp lại, có công thức tổng quát để tính *Jacobian hình học* như sau:

$$\begin{bmatrix} j_{pi} \\ j_{oi} \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} & \text{cho khớp trượt} \\ \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (p - p_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} & \text{cho khớp quay} \end{cases} \quad (2.44)$$



Hình 2. 20: Sơ đồ tính toán ảnh hưởng của vận tốc khớp quay đến vận tốc thẳng của phần công tác

2.6.2. Jacobian giải tích

Một phương pháp khác để xác định ảnh hưởng của các vận tốc khớp đến vận tốc của phần công tác là dựa vào vi phân phương trình động học, ví dụ phương trình (2.37). Vì Jacobian loại này tìm được bằng phương pháp giải tích nên nó được gọi là *Jacobian giải tích*.

Vận tốc chuyển động tịnh tiến của phần công tác so với hệ cơ sở được tính bằng cách lấy đạo hàm của tọa độ $p(q)$ theo thời gian:

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial q} \dot{q} = J_p(q) \dot{q}$$

Tương tự, vận tốc quay của phần công tác được tính bằng đạo hàm của $\phi(q)$:

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial q} \dot{q} = J_\phi(q) \dot{q}$$

Tổng hợp lại, ta có phương trình tổng quát để biểu diễn ảnh hưởng của các vận tốc khớp đến vận tốc của phần công tác như sau:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_p(q) \\ J_\phi(q) \end{bmatrix} \dot{q} = J_A(q) \dot{q} \quad (2.45)$$

trong đó Jacobian giải tích

$$J_A(q) = \frac{\partial k(q)}{\partial q}$$

Nó khác với *Jacobian hình học* vì $\omega \neq \phi$. Dựa vào các quan hệ động học trình bày ở trên, có thể tìm ra mối liên hệ giữa chúng.

Chương 3

ĐỘNG LỰC HỌC TAY MÁY

Động lực học tay máy nghiên cứu quan hệ giữa lực, momen, năng lượng,... với các thông số chuyển động của nó. Nghiên cứu động lực học tay máy phục vụ cho các mục đích sau:

- Mô phỏng hoạt động của tay máy, để khảo sát, thử nghiệm quá trình làm việc của nó mà không phải dùng tay máy thật.

- Phân tích, tính toán kết cấu của tay máy.

- Phân tích, thiết kế hệ thống điều khiển tay máy.

3.1. PHƯƠNG PHÁP *LAGRANGE*

3.1.1. Cơ sở chung

Phương pháp *Lagrange* dựa trên mối quan hệ giữa tổng năng lượng của hệ thống với *lực tổng quát*, trong một *hệ toạ độ tổng quát*.

Giả sử đã xác định được một tập hợp các biến $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ với tư cách là hệ toạ độ tổng quát để mô tả vị trí các khâu của một tay máy n bậc tự do. *Lagrange* của cơ hệ là hàm số của các toạ độ tổng quát:

$$L = T - U \quad (3.1)$$

trong đó T và U tương ứng là động năng và thế năng của hệ thống.

Từ đó, có công thức *Lagrange* như sau:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}_i} - \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = \xi_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

trong đó, ξ_i là lực tổng quát liên kết với hệ toạ độ tổng quát λ_i .

Đối với tay máy có kết cấu chuỗi động hở, chọn hệ toạ độ tổng quát là vector các biến khớp

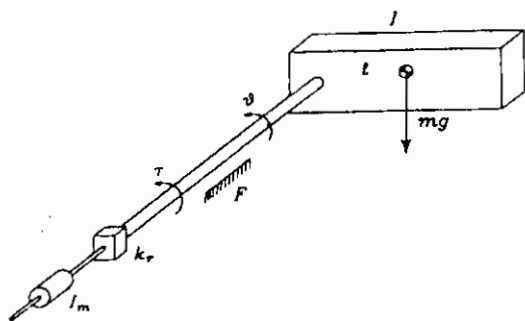
$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = q \quad (3.3)$$

Lực tổng quát có thể bao gồm momen trên trục động cơ chấp hành (lực phát động), momen ma sát tại các ổ trục, lực tương tác giữa phần công tác với đối tượng,...

Như vậy, đối với trường hợp tay máy, công thức (3.2) thể hiện quan hệ giữa lực tổng quát tác động lên hệ thống với vị trí, vận tốc và gia tốc của các khớp. Từ đó có thể xây dựng mô hình động lực học cho tay máy.

Để hiểu rõ về công thức *Lagrange*, chúng ta xét ví dụ sau:

Hình 3. 1: Mô hình động học của trục dao động



Xét một trục dao động như hình 3.1. Motor điện có momen quán tính I_m , thông qua hộp giảm tốc có tỷ số truyền bằng $k_r > 1$. Nhờ đó, trục được truyền một momen chủ động τ và có vận tốc $\dot{\theta}$. Vật quay có khối lượng m , momen quán tính I và toạ độ trọng tâm đặt cách trục một khoảng l .

Chọn θ làm toạ độ tổng quát, khi đó động năng của hệ thống:

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_m k_r^2 \dot{\theta}^2$$

Thế năng của hệ thống:

$$U = mgl(1 - \cos \theta)$$

Thay vào (3.1), được:

$$L = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_m k_r^2 \dot{\theta}^2 - mgl(1 - \cos \theta)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = I \dot{\theta} + I_m k_r^2 \dot{\theta}; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = I \ddot{\theta} + I_m k_r^2 \ddot{\theta}$$

* "Lực" ở đây không theo đúng khái niệm vật lý, nên "momen" đồng nghĩa với "lực".

$$\frac{\partial L}{\partial \vartheta} = -mgl \sin \vartheta$$

Thay các kết quả tính trung gian vào (3.2) và chú ý lực tổng quát ξ gồm momen phát động τ và momen ma sát $F\dot{\vartheta}$, được

$$(I + I_m k_r^2) \ddot{\vartheta} + mgl \sin \vartheta = \xi = \tau - F\dot{\vartheta}$$

Cuối cùng ta có mô hình động lực học của hệ:

$$(I + I_m k_r^2) \ddot{\vartheta} + F\dot{\vartheta} + mgl \sin \vartheta = \tau$$

3.1.2. Tính động năng

Động năng T của hệ thống gồm động năng chuyển động của mỗi khâu T_{li} (gọi tắt là động năng chuyển động) và động năng của cơ cấu phát động tại các khớp T_{mi} (gọi tắt là động năng phát động):

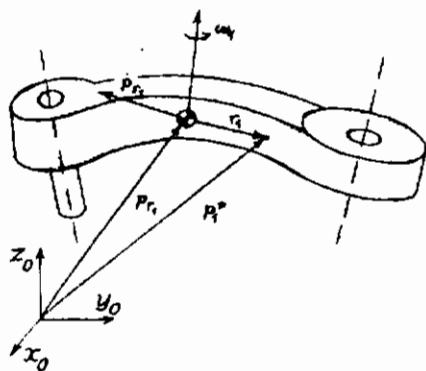
$$T = \sum_{i=1}^n (T_{li} + T_{mi}) \quad (3.4)$$

Động năng chuyển động T_{li} có thể được tính theo sơ đồ trong hình 3.2:

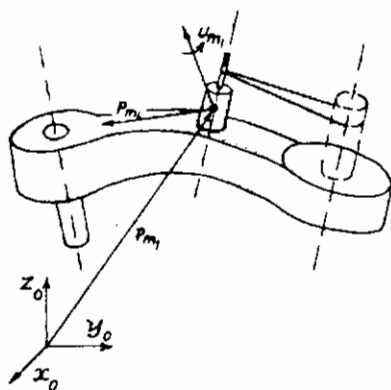
$$T_{li} = \frac{1}{2} \int_{V_i} \dot{p}_i^{*T} \dot{p}_i^* \rho dV \quad (3.5)$$

trong đó $\dot{p}_i^*$ là vector vận tốc dài, ρ là khối lượng riêng của phần tố thể tích dV , V_{li} là thể tích của khâu thứ i :

$$\dot{p}_i^* = \dot{p}_{li} + \omega_i \times r_i$$



Hình 3. 2: Sơ đồ tính động năng chuyển động



Hình 3. 3: Sơ đồ tính động năng phát động

Sau khi tính các thành phần dưới dấu tích phân của (3.5), ta nhận thấy động năng T_h có 3 thành phần: tịnh tiến, quay lại và quay. Tổng thành phần chủ yếu là tịnh tiến và quay, sau khi tính các tích phân tương ứng, bằng:

$$T_h = \frac{1}{2} m_h \dot{q}^T J_p^{(h)T} J_p^{(h)} \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T J_o^{(h)T} R_i I_h^I R_i^T J_o^{(h)} \dot{q}. \quad (3.6)$$

Ngoài các ký hiệu đã dùng từ trước, các ký hiệu trong phần này được quy ước như sau:

T - động năng

U - thế năng

m - khối lượng

J - Jacobian

I - Tensor quán tính tương ứng với khối tâm

Chỉ số l tương ứng với khâu (link); m với động cơ (motor).

Động năng của motor cũng được tính tương tự. Giả thiết động năng của stator được tính vào động năng của khâu mang nó. Phần phải tính là động năng của các phần chuyển động, quy về rotor. Một giả thiết nữa là động cơ điều khiển khớp thứ i sẽ được gắn trên khâu thứ $i-1$ *

Với sơ đồ trong hình 3.3, động năng của motor được tính nhờ công thức sau:

$$T_m = \frac{1}{2} m_m \dot{p}_m^T \dot{p}_m + \frac{1}{2} \omega_m^T I_m \omega_m \quad (3.7)$$

trong đó các thông số của rotor: m_m là khối lượng, $\dot{p}_m$ là vận tốc dài, I_m là tensor quán tính của rotor đối với khối tâm của nó, ω_m là vận tốc góc.

Ta nhận được công thức tương tự như (3.6):

$$T_m = \frac{1}{2} m_m \dot{q}^T J_p^{(m)T} J_p^{(m)} \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T J_o^{(m)T} R_m I_m^I R_m^T J_o^{(m)} \dot{q}. \quad (3.8)$$

Cộng động năng của tất cả các khâu tương ứng với các biểu thức (3.6) và (3.8) được công thức tính động năng của toàn hệ thống:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q}. \quad (3.9)$$

* Trên thực tế, các motor được gắn gần thân để giảm nhẹ các bộ phận chuyển động. Khi đó "motor" được hiểu là khâu truyền dẫn cuối cùng. Cũng có khi motor được gắn trực tiếp lên trục quay.

3.1.3. Tính thế năng

Việc tính thế năng của hệ thống cũng xuất phát từ tính thế năng của từng khâu và của từng motor:

$$U = \sum_{i=1}^n (U_{li} + U_{mi}) \quad (3.10)$$

Giả thiết các khâu rắn tuyệt đối và lực duy nhất gây nên thế năng là trọng lực, khi đó thế năng của các khâu được tính bởi công thức

$$U_{li} = - \int_{l_i} g_O^T p_i^* \rho dV = -m_{li} g_O^T p_{li}$$

trong đó, g_O là vector gia tốc trọng trường trong hệ cơ sở, nghĩa là:

$g_O = [0, 0, g]$ nếu trục Z được đặt theo phương thẳng đứng.

Thế năng của motor:

$$U_{mi} = -m_{mi} g_O^T p_{mi}$$

Thay 2 thành phần trên vào (3.10), được công thức cuối cùng của thế năng:

$$U = - \sum_{i=1}^n (m_{li} g_O^T p_{li} + m_{mi} g_O^T p_{mi}) \quad (3.11)$$

Chú ý rằng thế năng tính thông qua p_{li} và p_{mi} chỉ phụ thuộc vào biến khớp q mà không phụ thuộc các vận tốc khớp $\dot{q}$.

3.1.4. Phân tích ý nghĩa cơ học của mô hình Lagrange

Thay (3.9) và (3.11) vào (3.1), ta tính được Lagrange của hệ thống:

$$\begin{aligned} L(q, \dot{q}) &= T(q, \dot{q}) - U(q) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \sum_{i=1}^n (m_{li} g_O^T p_{li}(q) + m_{mi} g_O^T p_{mi}(q)) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Để xây dựng mô hình động lực dạng (3.2), ta phải tính các đạo hàm:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^n \frac{db_{ij}(q)}{dt} \dot{q}_j \\ &= \sum_{i=1}^n b_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{ij}(q)}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j \\ \frac{\partial T}{\partial q_i} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{jk}(q)}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial q_i} &= -\sum_{j=1}^n (m_{ij} g_{ij}^T \frac{\partial p_{ij}}{\partial q_i} + m_{mj} g_{mj}^T \frac{\partial p_{mj}}{\partial q_i}) \\ &= -\sum_{j=1}^n (m_{ij} g_{ij}^T J_{p_i}^{(h)}(q) + m_{mj} g_{mj}^T J_{p_i}^{(mj)}(q)) = g_i(q)\end{aligned}$$

Thay vào (3.2), nhận được phương trình chuyển động:

$$\sum_{j=1}^n b_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk}(q) \dot{q}_k \dot{q}_j + g_i(q) = \xi_i \quad i=1, \dots, n \quad (3.13)$$

trong đó:
$$h_{ijk} = \frac{\partial b_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i}.$$

Từ (3.13) có thể rút ra các nhận xét sau:

- Hệ số b_{ij} biểu thị momen quán tính tại trục của khớp thứ i , đại diện cho ảnh hưởng của gia tốc của khớp j đến khớp i .
- Thành phần h_{iji} biểu thị thành phần ly tâm đối với trục i của vận tốc khớp j . Vì $\partial b_{ij} / \partial q_i = 0$ nên $h_{iji} = 0$.
- Thành phần $h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k$ biểu thị hiệu ứng Coriolis của khớp j và k đối với khớp i .
- Thành phần g_i biểu thị momen đối với khớp i do gia tốc trọng trường.

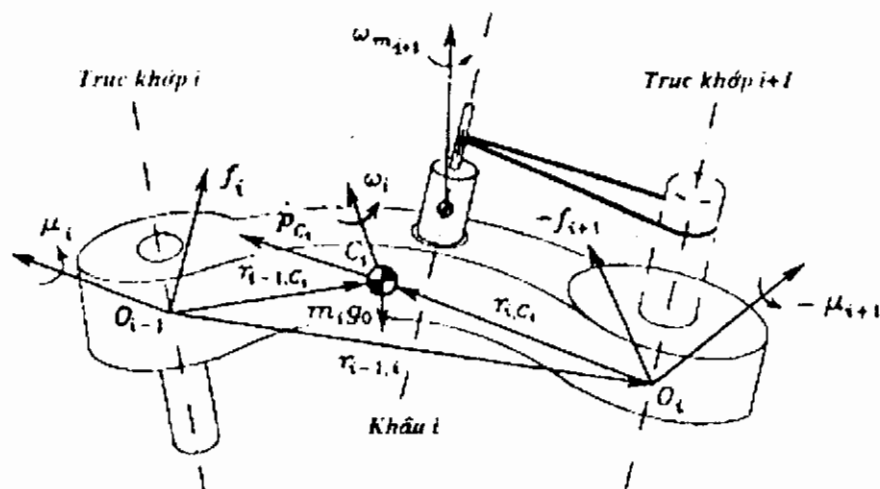
Để cho đầy đủ hơn, trong phương trình chuyển động (3.13) cần phải có mặt momen ma sát và lực tương tác của phần công tác đến đối tượng.

3.2. PHƯƠNG PHÁP NEWTON-EULER

3.2.1. Mô hình động lực học

Với phương pháp *Lagrange*, mô hình động lực học của tay máy xuất phát từ tổng năng lượng (*Lagrange*) của hệ thống. Phương pháp *Newton-Euler* xây dựng mô hình dựa vào sự cân bằng của hệ lực tác dụng lên hệ thống. Nó hình thành hệ phương trình, có thể giải bằng thuật toán đệ quy (*recursive*).

Hình 3.4 là sơ đồ tính động lực học theo phương pháp Newton-Euler.



Hình 3. 4: Sơ đồ động học dẫn đến công thức Newton-Euler

Giả sử khâu thứ i của tay máy có kèm motor dẫn động khớp thứ $i + 1$ với các thông số kết cấu sau:

m_i - khối lượng của khâu thứ i ,

I_i - tensor quán tính của khâu thứ i ,

I_{m_i} - momen quán tính của rotor,

r_{i-1,C_i} - vector từ gốc của $i-1$ đến trọng tâm C_i ,

r_{i,C_i} - vector từ gốc của i đến trọng tâm C_i ,

$r_{i-1,i}$ - vector từ gốc $i-1$ đến gốc i .

Các vận tốc và gia tốc được đưa vào tính toán, gồm có:

$\dot{p}_{C_i}$ - vận tốc dài của trọng tâm C_i ,

$\dot{p}_i$ - vận tốc dài của gốc toạ độ i ,

ω_i - vận tốc góc của khâu i ,

ω_{m_i} - vận tốc góc của rotor trục i ,

$\ddot{p}_{C_i}$ - gia tốc dài của trọng tâm C_i ,

$\ddot{p}_i$ - gia tốc dài của gốc toạ độ i ,

$\dot{\omega}_{C_i}$ - gia tốc góc của trọng tâm C_i ,

$\dot{\omega}_i$ - gia tốc góc của khâu i ,

$\dot{\omega}_{m_i}$ - gia tốc góc của rotor,

g_0 - gia tốc trọng trường.

Các loại lực và momen tác dụng, gồm:

f_i - lực của khâu i tác dụng lên khâu $i-1$,

$-f_{i+1}$ - lực của khâu $i+1$ tác dụng lên khâu i ,

μ_i - momen của khâu i tác dụng lên khâu $i-1$, tính theo trục $i-1$,

$-\mu_{i+1}$ - momen của khâu $i+1$ tác dụng lên khâu i , tính theo trục i .

Chuyển động tịnh tiến của trọng tâm được mô tả bằng công thức *Newton*:

$$f_i - f_{i+1} + m_i g_0 = m_i \ddot{p}_{ci} \quad (3.14)$$

Công thức *Euler* được dùng cho chuyển động quay của khâu, trong đó các momen được tính đối với toạ độ trọng tâm và trọng lực $m_i g_0$ không gây nên momen, vì nó được đặt ngay tại trọng tâm:

$$\mu_i + f_i \times r_{i-1,C_i} - \mu_{i+1} - f_{i+1} \times r_{i,C_i} = \frac{d}{dt} (I_i \omega_i + k_{r,i+1} \dot{q}_{i+1} I_{m,i+1} z_{m,i+1}) \quad (3.15)$$

Đạo hàm của thành phần thứ nhất ở vế phải:

$$\frac{d}{dt} (I_i \omega_i) = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i). \quad (3.16)$$

Đạo hàm của thành phần thứ hai:

$$\frac{d}{dt} (\dot{q}_{i+1} I_{m,i+1} z_{m,i+1}) = \ddot{q}_{i+1} I_{m,i+1} z_{m,i+1} + \dot{q}_{i+1} I_{m,i+1} \omega_i \times z_{m,i+1}. \quad (3.17)$$

Thay (3.16) và (3.17) vào (3.15), nhận được công thức *Euler*:

$$\begin{aligned} \mu_i + f_i \times r_{i-1,C_i} - \mu_{i+1} - f_{i+1} \times r_{i,C_i} = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i) \\ + k_{r,i+1} \ddot{q}_{i+1} I_{m,i+1} z_{m,i+1} + k_{r,i+1} \dot{q}_{i+1} I_{m,i+1} \omega_i \times z_{m,i+1} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Lực tổng quát có thể tìm được bằng cách chiếu lực f_i (đối với khớp trượt) hoặc momen μ_i (đối với khớp quay) lên trục khớp, cộng thêm momen quán tính của rotor:

$$\tau_i = \begin{cases} f_i^T z_{i-1} + k_{ri} I_{m_i} \dot{\omega}_{m_i}^T z_{m_i} & \text{với khớp trượt} \\ \mu_i^T z_{i-1} + k_{ri} I_{m_i} \dot{\omega}_{m_i}^T z_{m_i} & \text{với khớp quay} \end{cases} \quad (3.19)$$

3.2.2. Tính gia tốc của khâu

Các công thức *Newton* (3.14) và *Euler* (3.18) đều chứa thành phần gia tốc dài và gia tốc góc của các khâu và các khớp.

Tương tự như tính vận tốc trong chương 2, ta tính riêng cho trường hợp khớp trượt và khớp quay.

Tính gia tốc dài

- Đối với khớp trượt, ký hiệu p_{i-1} , p_i lần lượt là vector vị trí của khớp $i-1$ và khớp i , $r_{i-1,i}$ là khoảng cách giữa 2 trục của chúng, d_i là khoảng dịch chuyển theo khớp i , ta có:

$$\dot{p}_i = (\dot{p}_{i-1} + \dot{d}_i z_{i-1} + \omega_i \times r_{i-1,i})$$

Đạo hàm vận tốc $\dot{p}_i$ theo thời gian, được:

$$\ddot{p}_i = \ddot{p}_{i-1} + \ddot{d}_i z_{i-1} + \dot{d}_i \omega_{i-1} \times z_{i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,i} + \omega_i \times \dot{d}_i z_{i-1} + \omega_i \times (\omega_{i-1} \times r_{i-1,i})$$

Thay $\dot{r}_{i-1,i} = \dot{d}_i z_{i-1} + \omega_{i-1} \times r_{i-1,i}$ vào phương trình trên, được:

$$\ddot{p}_i = \ddot{p}_{i-1} + \ddot{d}_i z_{i-1} + 2\dot{d}_i \omega_i \times z_{i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,i} + \omega_i \times (\omega_i \times r_{i-1,i}) \quad (3.20)$$

- Đối với khớp quay:

$$\dot{p}_i = \dot{p}_{i-1} + \omega_i \times r_{i-1,i}$$

Đạo hàm vận tốc $\dot{p}_i$ theo thời gian, được:

$$\ddot{p}_i = \ddot{p}_{i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,i} + \omega_i \times (\omega_i \times r_{i-1,i}) \quad (3.21)$$

Tổng hợp lại, ta có công thức tính gia tốc góc của khâu thứ i như sau:

$$\ddot{p}_i = \begin{cases} \ddot{p}_{i-1} + \ddot{d}_i z_{i-1} + 2\dot{d}_i \omega_i \times z_{i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,i} + \omega_i \times (\omega_i \times r_{i-1,i}) & (1) \\ \ddot{p}_{i-1} + \dot{\omega}_i \times r_{i-1,i} + \omega_i \times (\omega_i \times r_{i-1,i}) & (2) \end{cases} \quad (3.22)$$

trường hợp (1) dùng cho khớp trượt, trường hợp (2) cho khớp quay.

Tính gia tốc góc

- Đối với khớp trượt, vì $\omega_i = \omega_{i-1}$ nên:

$$\dot{\omega}_i = \dot{\omega}_{i-1} \quad (3.23)$$

- Đối với khớp quay, vì $\omega_i = \omega_{i-1} + \dot{\theta}_i z_{i-1}$ nên:

$$\dot{\omega}_i = \dot{\omega}_{i-1} + \ddot{\theta}_i z_{i-1} + \dot{\theta}_i \omega_{i-1} \times z_{i-1} \quad (3.24)$$

Tổng hợp lại, ta có công thức tính gia tốc góc của khâu thứ i như sau:

$$\dot{\omega}_i = \begin{cases} \dot{\omega}_{i-1} & \text{với khớp trượt} \\ \dot{\omega}_{i-1} + \ddot{\theta}_i z_{i-1} + \dot{\theta}_i \omega_{i-1} \times z_{i-1} & \text{với khớp quay} \end{cases} \quad (3.25)$$

Chương 4

CƠ SỞ ĐIỀU KHIỂN ROBOT

Động học và động lực học tay máy phục vụ việc phân tích kết cấu của tay máy, đồng thời cũng đặt nền móng cho thiết kế tay máy. Mặt khác, mối quan hệ giữa các biến khớp với thể của phần công tác trong vùng hoạt động của nó, giữa các thông số động học (thể, vận tốc, gia tốc) của các khâu, khớp với các thông số động lực học của chúng (momen tại các khớp, động năng và thế năng của các khâu,...) cũng rất cần thiết cho việc thiết kế bộ phận phát động. Về cơ bản, các nội dung trên mới đề cập tới phần *tay máy*.

Nói một cách đơn giản, RBCN là một tay máy được điều khiển tự động theo chương trình. Nó gồm đối tượng điều khiển (phần tay máy) và hệ thống điều khiển. Nhiệm vụ của hệ thống điều khiển là điều khiển tay máy thực hiện các nhiệm vụ đặt ra, nghĩa là phần công tác phải chuyển động theo quỹ đạo định trước và thực hiện các chức năng công tác. Nghiên cứu về điều khiển robot động chạm tới các vấn đề sau:

- Quan hệ giữa quỹ đạo hoạt động của phần công tác với các thông số động học, động lực học của tay máy.
- Luật, phương pháp điều khiển và cấu trúc của hệ điều khiển.
- Các cơ cấu của hệ thống điều khiển như: cơ cấu phát động, cảm biến, bộ điều khiển,... cùng các cơ cấu chuyển đổi và truyền tín hiệu giữa chúng.
- Lập trình cho robot.

Các vấn đề trên liên quan đến nhiều ngành kỹ thuật khác nhau: cơ khí, truyền động điện, điều khiển tự động, điện tử, công nghệ thông tin,... mà ranh giới giữa chúng ngày càng khó phân định. Trong chương này, chúng ta sẽ giải quyết những vấn đề *thiên về cơ khí* trong điều khiển robot.

4.1. THIẾT KẾ QUỸ ĐẠO

Quỹ đạo chuyển động của phần công tác^(*) là vấn đề chung trong điều khiển robot, vì để hoàn thành nhiệm vụ cụ thể của mình thì trước hết phần

^(*) Để đơn giản, khi nói đến quỹ đạo, xin được bỏ cụm từ "phần công tác".

công tác phải di chuyển theo đúng quỹ đạo xác định. Nói cách khác, quỹ đạo là yếu tố cơ bản để mô tả hoạt động của robot. Việc thiết kế quỹ đạo cung cấp dữ liệu đầu vào cho hệ điều khiển nên cũng là cơ sở trực tiếp cho việc điều khiển.

Trong tài liệu này, xin tạm phân biệt 2 thuật ngữ sau:

- *Đường dịch chuyển (Path)*, là quỹ tích của các điểm trong không gian. Vì vậy, nó chứa đựng các yếu tố hình học thuần túy.

- *Quỹ đạo chuyển động*, gọi tắt là *quỹ đạo (Trajectory)* bao hàm cả yếu tố hình học của *đường dịch chuyển* lẫn yếu tố thời gian, như vận tốc, gia tốc.

Vì vậy bài toán thiết kế quỹ đạo liên kết các vấn đề động học và động lực học. Các yếu tố *đầu vào* của bài toán thiết kế quỹ đạo gồm *đường dịch chuyển* và *các điều kiện ràng buộc* về động học và động lực học. *Đầu ra* của bài toán là *quỹ đạo* của phần công tác. Nói chung, mô tả chính xác đường dịch chuyển là rất khó khăn. Người ta giảm bớt các tham số mô tả bằng cách quy định các điểm biên của vùng hoạt động, thêm các điểm trung gian mà đường phải đi qua, xấp xỉ (nội suy) bằng các đường đơn giản. Tương tự như vậy, yếu tố thời gian của quỹ đạo không thể xác định được cho từng điểm, mà thường quy định cho cả đoạn đường. Chúng cũng thường được quy định bằng các giá trị giới hạn như vận tốc hay gia tốc cho phép, hoặc gán các giá trị mặc định.

Bài toán thiết kế quỹ đạo được đặt ra cả trong *không gian khớp* lẫn *vùng hoạt động*. Các điều kiện ràng buộc của quỹ đạo, nhất là của đường dịch chuyển, thường được mô tả trong vùng hoạt động. Ngược lại, lực chuyển động của hệ thống xuất phát từ các khớp nên việc xác định quy luật theo thời gian của các biến khớp được thực hiện trong không gian khớp.

4.1.1. Quỹ đạo trong không gian khớp

Chuyển động của tay máy thường được mô tả trong vùng làm việc bằng các điểm nút (gồm điểm đầu, điểm cuối của quỹ đạo, có thể thêm một số điểm trung gian) và thời gian chuyển động. Vì vậy, để thiết kế quỹ đạo trong không gian khớp phải giải bài toán động học ngược để xác định giá trị các biến khớp tại các điểm nút. Sau đó, thiết lập các hàm nội suy $q(t)$ để mô tả quỹ đạo vừa nhận được.

Thuật toán thiết kế quỹ đạo trong không gian khớp phải đạt các điều kiện sau:

- Không đòi hỏi tính toán quá nhiều;
- Vị trí, vận tốc và có thể cả gia tốc của các khớp phải được biểu diễn bằng các hàm liên tục;
- Giảm thiểu các hiệu ứng bất lợi, ví dụ quỹ đạo không trơn tru.

Dạng đơn giản của quỹ đạo là **chuyển động điểm-điểm** (*Point-to-point Motion*). Nếu thêm các điểm trung gian thì kết quả này có thể được khái quát lên thành **chuyển động theo đường** (*Path Motion*). Không làm giảm tính tổng quát, chúng ta xét bài toán với một biến khớp $q(t)$.

4.1.1.1. Chuyển động điểm-điểm

Chuyển động điểm - điểm ứng dụng cho một số loại robot, như robot hàn điểm, tán dính, xếp dỡ vật liệu,... Trong dạng chuyển động này, người ta chỉ quan tâm đến các tọa độ điểm đầu, điểm cuối của đường dịch chuyển và thời gian chuyển động giữa chúng chứ không quan tâm đến dạng hình học của đường dịch chuyển. Nhiệm vụ được đặt ra là *xác định quỹ đạo* chuyển động thỏa mãn các yêu cầu chung và có thể thêm cả việc *cải thiện một số thông số* của quỹ đạo.

Giả sử I là momen quán tính của một vật rắn quanh trục quay của nó. Cần xác định quy luật thay đổi của góc q giữa giá trị đầu q_i và giá trị cuối q_f trong khoảng thời gian t_f . Lực phát động là momen τ từ một motor. Bài toán rõ ràng là có nhiều lời giải. Ta thêm tiêu chuẩn tối ưu, ví dụ năng lượng tiêu thụ trên motor là nhỏ nhất. Từ đó, có một tập hợp giá trị $\dot{q} = \omega$ là lời giải của phương trình vi phân:

$$I\dot{\omega} = \tau$$

thỏa mãn điều kiện:

$$\int_0^{t_f} \omega(t) dt = q_f - q_i$$

sao cho:

$$\int_0^{t_f} \tau^2(t) dt \rightarrow \min \quad (4.1)$$

Lời giải tổng quát sẽ có dạng đa thức bậc hai:

$$\omega(t) = at^2 + bt + c$$

Vì vậy, quỹ đạo chuyển động sẽ có dạng đa thức bậc ba:

$$q(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (4.2)$$

vận tốc thay đổi theo quy luật bậc hai:

$$\dot{q}(t) = 3a_3 t^2 + 2a_2 t + a_1$$

và gia tốc thay đổi theo quy luật bậc nhất

$$\ddot{q}(t) = 6a_3 t + 2a_2$$

Để xác định 4 hệ số, cần cho trước 4 điều kiện. Chúng thường là vị trí đầu và vị trí cuối q_i, q_f , vận tốc đầu và vận tốc cuối $\dot{q}_i, \dot{q}_f$. Thường chọn $\dot{q}_i = \dot{q}_f = 0$. Cuối cùng, các hệ số trong phương trình quỹ đạo chuyển động (4.2) được xác định từ hệ phương trình:

$$a_0 = q_i$$

$$a_1 = \dot{q}_i$$

$$a_3 t_f^3 + a_2 t_f^2 + a_1 t_f + a_0 = q_f$$

$$3a_3 t_f^2 + 2a_2 t_f + a_1 = \dot{q}_f$$

Trên hình 4.1 là đồ thị quan hệ giữa vị trí, vận tốc và gia tốc với thời gian chuyển động (s) cho trường hợp: điểm (góc xuất phát) $q_i = 0$, điểm đích $q_f = \pi$, thời gian chuyển động $t_f = 1$, vận tốc tại điểm xuất phát và tại điểm cuối $\dot{q}_i = \dot{q}_f = 0$.

Giải hệ trên với các giá trị ban đầu đã cho, được:

$$a_0 = a_1 = 0$$

$$a_2 = 3\pi, a_3 = -2\pi$$

Vận tốc có quy luật bậc 2 với giá trị cực đại:

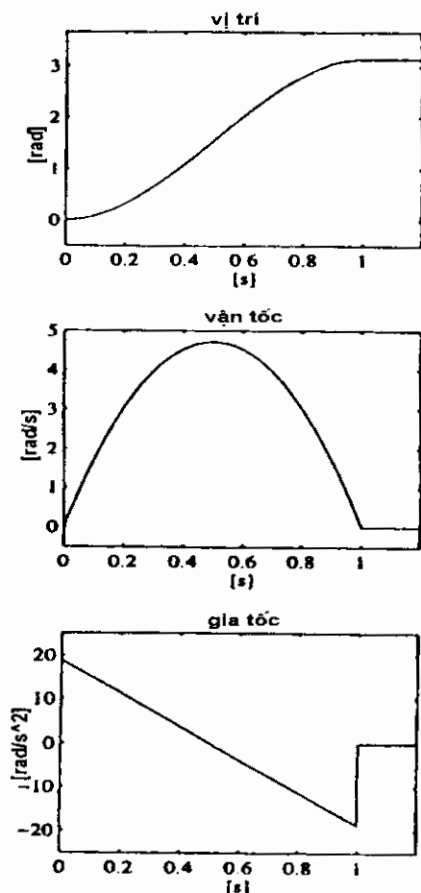
$$\dot{q}_{max} = 3\pi/2 \text{ khi } t = 1/2$$

Còn gia tốc biến thiên theo quy luật bậc nhất với giá trị cực đại:

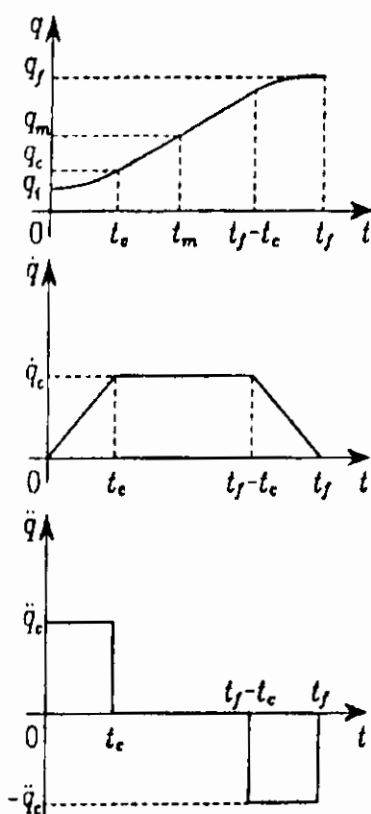
$$\ddot{q}_{max} = 6\pi \text{ tại } t = 0 \text{ và } t = 1$$

Nhược điểm của quy luật này là gia tốc tại điểm đầu và điểm cuối lớn, sinh lực va đập do quán tính.

Một dạng quỹ đạo thường dùng trong công nghiệp là dạng đa thức hỗn hợp (*Blended Polynomial*). Đối với quỹ đạo dạng này, thường chọn quy luật vận tốc hình thang (hình 4. 2).



Hình 4. 1: Đồ thị vị trí, vận tốc, gia tốc với quy luật đa thức bậc 3



Hình 4. 2: Quỹ đạo với quy luật vận tốc hình thang

Quỹ đạo có 3 đoạn: khởi động (tăng tốc) với gia tốc không đổi; chuyển động tiếp với vận tốc không đổi; đến đích (giảm tốc) với gia tốc không đổi. Quỹ đạo nhận được gồm 2 đoạn *parabol*, nối nhau bằng một đoạn thẳng.

Giả thiết $\dot{q}_i = \dot{q}_f = 0$ và thời gian tăng tốc và thời gian giảm tốc bằng nhau ($\ddot{q}$ có giá trị bằng nhau ở đoạn đầu và đoạn cuối). Các điều kiện trên dẫn đến quỹ đạo đối xứng với điểm giữa $q_m = (q_f - q_i)/2$ tại $t_m = t_f/2$.

Để đảm bảo quỹ đạo là hàm liên tục, vận tốc tại các điểm tiếp giáp đoạn parabol và đoạn thẳng không được nhảy bậc, nghĩa là:

$$\ddot{q}_c t_c = \frac{q_m - q_c}{t_m - t_c} \quad (4.3)$$

trong đó, q_c là giá trị mà biến khớp q đạt tới tại thời điểm kết thúc đoạn parabol t_c , với gia tốc $\ddot{q}_c$. Vì $\dot{q}(0) = 0$, nên

$$q_c = q_i + \frac{1}{2} \ddot{q}_c t_c^2 \quad (4.4)$$

• Kết hợp (4.3) với (4.4), nhận được phương trình:

$$\ddot{q}_c t_c^2 - \ddot{q}_c t_f t_c + q_f - q_i = 0 \quad (4.5)$$

Nếu cho trước $\ddot{q}_c$, t_f , q_i , q_f giải (4.5) trong khoảng $t_c \leq t_f/2$, nhận được:

$$t_c = \frac{t_f}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_f^2 \ddot{q}_c - 4(q_f - q_i)}{\ddot{q}_c}} \quad (4.6)$$

Để (4.6) có nghĩa, phải đảm bảo điều kiện:

$$|\ddot{q}_c| \geq \frac{4|q_f - q_i|}{t_f^2}. \quad (4.7)$$

Nếu biểu thức trên nhận dấu bằng thì không có đoạn nằm ngang của vận tốc, và đồ thị vận tốc có dạng tam giác.

Như vậy, với các giá trị cho trước của q_i , q_f và t_f từ (4.7) tính được gia tốc $\ddot{q}_c$, sau đó tính t_c nhờ (4.6). Cuối cùng, quỹ đạo được xác định từ 3 đoạn:

$$q(t) = \begin{cases} q_i + \frac{1}{2} \ddot{q}_c t^2 & 0 \leq t \leq t_c \\ q_i + \ddot{q}_c t_c (t - t_c/2) & t_c \leq t \leq t_f - t_c \\ q_f - \frac{1}{2} \ddot{q}_c (t_f - t)^2 & t_f - t_c \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (4.8)$$

Chú ý rằng, áp dụng quy luật vận tốc hình thang không đảm bảo điều kiện tối ưu về năng lượng (4.1) như đạt được với quỹ đạo bậc 3. Nó tăng khoảng 12,5% so với giá trị tối ưu.

4.1.1.2. Chuyển động theo đường

Trong nhiều hoạt động, ví dụ hàn hồ quang, sơn, xếp dỡ vật liệu trong không gian có nhiều vật chướng ngại,... robot cần được điều khiển theo đường. Khi đó, số điểm cần xác định trên mỗi đoạn đường lớn hơn 2. Đó không chỉ là những điểm mà phân công tác phải đi qua, mà tại đó có thể phải khống chế cả vận tốc và gia tốc chuyển động để đáp ứng yêu cầu

công nghệ. Các điểm như vậy được gọi là các *điểm chốt* (*path point*). Số điểm này nhiều hay ít là tùy theo yêu cầu công nghệ.

Bài toán đặt ra là xác định quỹ đạo qua N điểm chốt. Như vậy, mỗi biến khớp phải thỏa mãn N điều kiện ràng buộc. Để thực hiện điều đó, có thể nghĩ đến quỹ đạo dạng đa thức bậc $N-1$. Tuy nhiên, giải pháp này có các nhược điểm:

- Không thể khống chế được vận tốc tại điểm đầu và điểm cuối,
- Bậc của đa thức càng cao thì khả năng dao động càng lớn, ảnh hưởng xấu đến trạng thái công tác của robot,
- Độ chính xác tính toán các hệ số của đa thức giảm khi bậc của đa thức tăng,
- Hệ phương trình ràng buộc phức tạp và khó giải,
- Các hệ số của đa thức phụ thuộc tất cả các điểm. Vì vậy, khi cần sắp xếp lại một điểm thì cũng phải tính toán lại hoàn toàn.

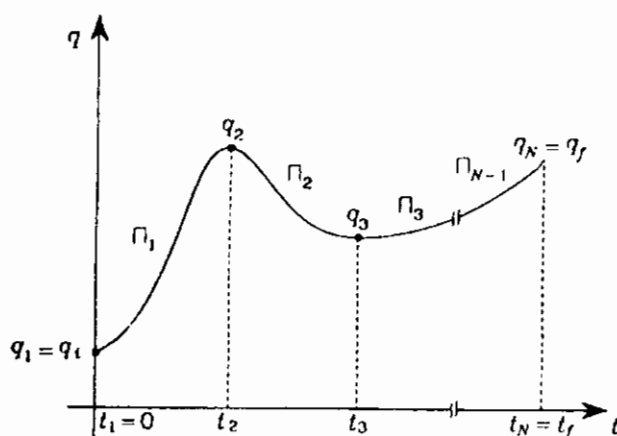
Có thể khắc phục các nhược điểm trên bằng cách thay thế quỹ đạo đa thức bằng một quỹ đạo "lai", trong đó một số đoạn đa thức bậc cao được thay thế bằng các đoạn đa thức bậc thấp hơn. Các đa thức thay thế này được gọi là *đa thức nội suy*.

Để đảm bảo tính liên tục của vận tốc tại các điểm chốt, bậc của đa thức nội suy *không thể nhỏ hơn 3*. Xét quy luật biến thiên theo thời gian của một biến khớp $q(t)$. Đường cong biến thiên của nó gồm $N-1$ đoạn đa thức nội suy bậc ba $\Pi_k(t)$, với $k = 1, \dots, N-1$. Hàm $q(t)$ nhận giá trị q_k tại thời điểm $t = t_k$ ($k = 1, \dots, N$). Tại điểm đầu ($t_1 = 0$), giá trị $q_1 = q_i$. Tại điểm cuối ($t_N = t_f$), giá trị $q_N = q_f$. Các giá trị q_k chính là đại diện cho các điểm chốt của quỹ đạo (hình 4.3).

Quỹ đạo được thiết kế cần phải thỏa mãn các điều kiện ràng buộc nhất định. Có thể xem xét 3 trường hợp sau:

- Giá trị vận tốc $\dot{q}(t)$ tại các điểm chốt xác định,
- Giá trị $\dot{q}(t)$ tại các điểm chốt được tính theo các chỉ tiêu nhất định,
- Đảm bảo tính liên tục của gia tốc $\ddot{q}(t)$ tại các điểm chốt.

Sau đây sẽ trình bày chi tiết hơn về mỗi trường hợp.



Hình 4. 3: Quỹ đạo với các điểm chốt và các đa thức nội suy

• **Đa thức nội suy với giá trị cho trước của vận tốc tại các điểm chốt**

Có 2 điều kiện phải được đảm bảo:

- Các đa thức nội suy phải đi qua các điểm chốt;
- Vận tốc tại các điểm chốt phải bằng giá trị định trước.

Nếu trên quỹ đạo có N điểm chốt thì số đa thức bậc ba, nội suy $\Pi_k(t)$ nối lần lượt các điểm q_k và q_{k+1} là $N-1$. Mỗi đa thức phải thỏa mãn các điều kiện sau:

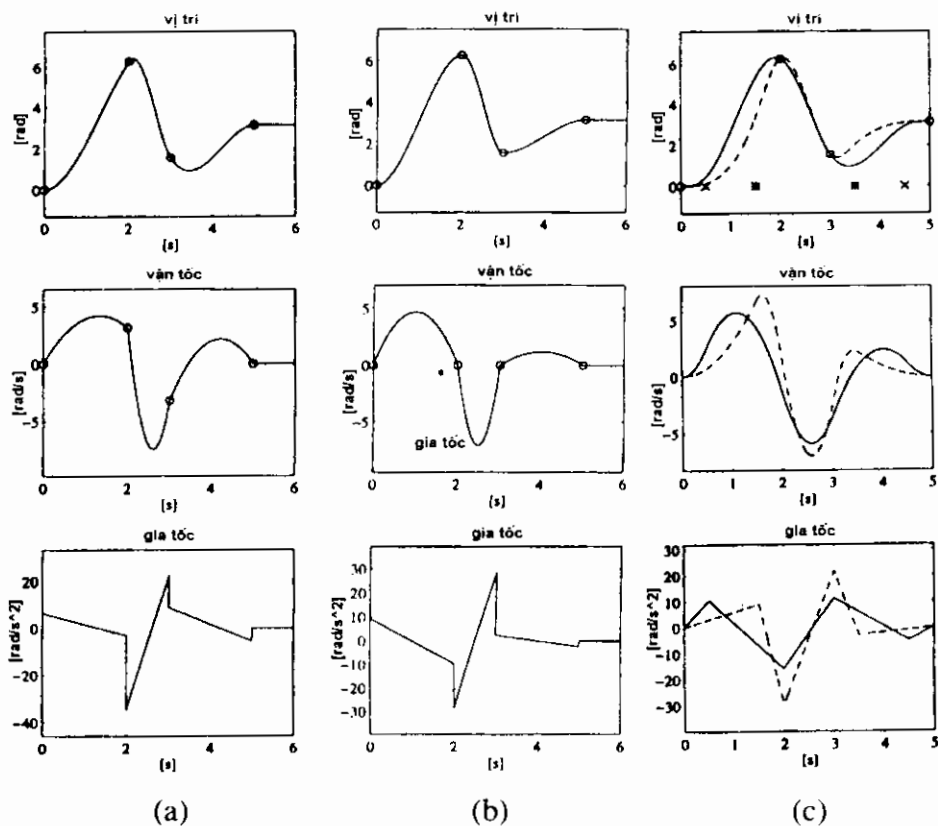
$$\left. \begin{aligned} \Pi_k(t_k) &= q_k \\ \Pi_k(t_{k+1}) &= q_{k+1} \\ \dot{\Pi}_k(t_k) &= \dot{q}_k \\ \dot{\Pi}_k(t_{k+1}) &= \dot{q}_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Mỗi đa thức nội suy (bậc 3) có 4 hệ số. Chúng được xác định bằng cách giải các hệ phương trình dạng (4. 9). Cần giải $N-1$ hệ phương trình để tìm $N-1$ bộ hệ số.

Thông thường giá trị vận tốc tại điểm đầu và tại điểm cuối được lấy bằng 0 ($\dot{q}_1 = \dot{q}_N = 0$). Tính liên tục của vận tốc tại các điểm chốt được đảm bảo bởi điều kiện:

$$\dot{\Pi}_k(t_{k+1}) = \dot{\Pi}_{k+1}(t_{k+1}) \quad \text{với } k = 1, \dots, N-2$$

Hình 4.4a là biểu đồ vị trí, vận tốc và gia tốc với các số liệu sau: $q_1 = 0$, $q_2 = 2\pi$, $q_3 = \pi/2$, $q_4 = \pi$, $t_1 = 0$, $t_2 = 2$, $t_3 = 3$, $t_4 = 5$, $\dot{q}_1 = 0$, $\dot{q}_2 = \pi$, $\dot{q}_3 = -\pi$, $\dot{q}_4 = 0$. Ta thấy, chỉ có vận tốc là liên tục, còn gia tốc không liên tục.



Hình 4. 4: Quỹ đạo với đa thức được xác định bằng 3 điều kiện khác nhau

• Đa thức nội suy với giá trị vận tốc tính toán tại các điểm chốt

Trong trường hợp này, giá trị vận tốc tại các điểm chốt được tính từ các điều kiện nhất định. Bằng cách nối các điểm chốt bằng các đoạn thẳng, vận tốc tại các điểm chốt được tính theo quy tắc sau:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= 0 \\ \dot{q}_k &= \begin{cases} 0 & \text{khi } \text{sgn}(v_k) \neq \text{sgn}(v_{k+1}) \\ \frac{1}{2}(v_k + v_{k+1}) & \text{khi } \text{sgn}(v_k) = \text{sgn}(v_{k+1}) \end{cases} \\ \dot{q}_N &= 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

trong đó, $v_k = (q_k - q_{k-1}) / (t_k - t_{k-1})$ biểu diễn độ dốc của đoạn thẳng trong khoảng thời gian $[t_k - t_{k-1}]$.

Hình 4. 4b minh hoạ trường hợp nói trên với các số liệu sau: $q_1 = 0$, $q_2 = 2\pi$, $q_3 = \pi/2$, $q_4 = \pi$, $t_1 = 0$, $t_2 = 2$, $t_3 = 3$, $t_4 = 5$, $\dot{q}_1 = 0$, $\dot{q}_4 = 0$. Ta thấy, vận tốc tiến tới giá trị 0 tại các điểm chốt.

• **Đa thức nội suy với gia tốc liên tục tại các điểm chốt**

Cả 2 trường hợp trên đều không đảm bảo được tính liên tục của gia tốc tại các điểm chốt. Muốn đảm bảo tính liên tục của cả đường chuyển động lẫn vận tốc và gia tốc thì đa thức nội suy giữa 2 điểm chốt liên nhau phải thoả mãn các điều kiện ràng buộc sau:

$$\left. \begin{aligned} \Pi_{k-1}(t_k) &= q_k \\ \Pi_{k-1}(t_k) &= \Pi_k(t_k) \\ \dot{\Pi}_{k-1}(t_k) &= \dot{\Pi}_k(t_k) \\ \ddot{\Pi}_{k-1}(t_k) &= \ddot{\Pi}_k(t_k) \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

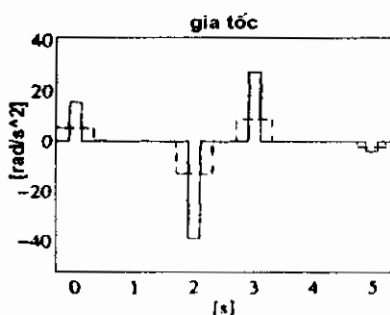
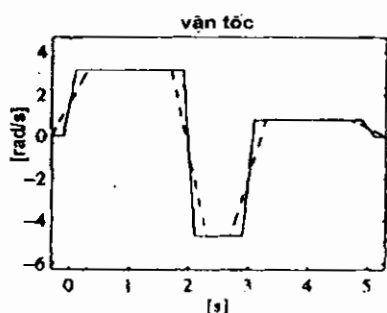
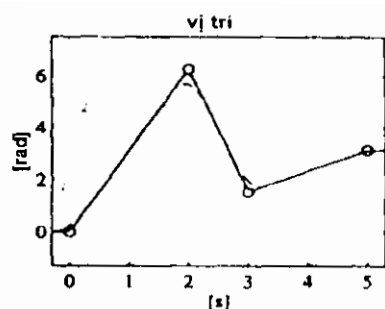
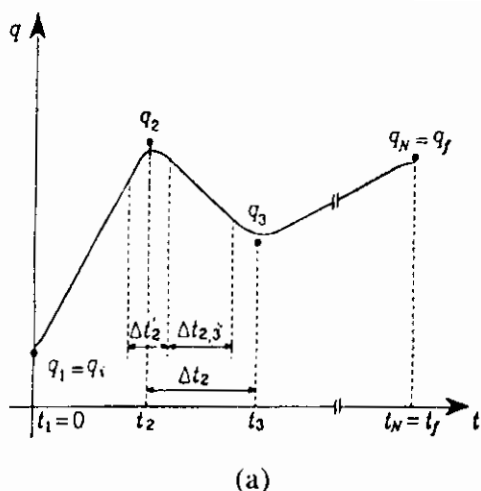
Muốn giải hệ phương trình này phải dùng thuật giải đặc biệt mà khuôn khổ có hạn của tài liệu này không cho phép trình bày. Độc giả có thể tham khảo trong tài liệu [5]. Kết quả, nhận được quỹ đạo trơn với đường chuyển động, vận tốc và gia tốc liên tục.

Hình 4. 4c minh hoạ quỹ đạo tính bằng phương pháp nói trên với các số liệu sau: $q_1 = 0$, $q_3 = 2\pi$, $q_4 = \pi/2$, $q_6 = \pi$, $t_1 = 0$, $t_3 = 2$, $t_4 = 3$, $t_6 = 5$, $\dot{q}_1 = 0$, $\dot{q}_6 = 0$. Hai cặp điểm ảo khác nhau được chọn để so sánh là $t_2 = 0,5$; $t_6 = 4,5$ (đồ thị nét liền) và $t_2 = 1,5$; $t_6 = 3,5$ (nét đứt). Ta thấy, đồ thị vận tốc là đường bậc 2, còn gia tốc là đường bậc 1. Mặt khác, cặp điểm ảo thứ hai (tương ứng với nét đứt) dẫn đến gia tốc lớn hơn vì các điểm trung gian gần nhau hơn.

• **Nội suy đường bậc nhất bằng các đoạn parabol**

Một trong những dạng đơn giản nhất của quỹ đạo tay máy gồm các đoạn thẳng, nối với nhau bằng các đoạn parabol tại các điểm chốt.

Giả sử trên quỹ đạo có N điểm chốt, ứng với thời điểm t_k , tại đó biến khớp đạt giá trị q_k với $k = 1, \dots, N$. Quỹ đạo nguyên thủy gồm các đoạn thẳng nối với nhau tại các điểm chốt. Để đảm bảo tính liên tục của vận tốc, tại các điểm chốt (gãy khúc), đường chuyển động được nối bằng các đoạn parabol (hình 4. 5a).



(b)

Hình 4. 5: Nội suy quỹ đạo bậc nhất bằng các đoạn parabol

Ký hiệu $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ là khoảng thời gian giữa q_k và q_{k+1} ; $\Delta t_{k,k+1}$ là khoảng thời gian tương ứng với đoạn thẳng giữa hai điểm q_k và q_{k+1} , $\dot{q}_{k,k+1}$ là vận tốc không đổi tương ứng với khoảng thời gian $\Delta t_{k,k+1}$; $\ddot{q}_k$ là gia tốc tương ứng với đoạn nối parabol và khoảng thời gian $\Delta t'_k$. Giả sử giá trị của các đại lượng q_k , Δt_k , $\Delta t'_k$ được cho trước. Vận tốc và gia tốc tại các điểm chốt được tính như sau:

$$\begin{aligned}\dot{q}_{k-1,k} &= \frac{q_k - q_{k-1}}{\Delta t_{k-1}} \\ \ddot{q}_k &= \frac{\dot{q}_{k,k+1} - \dot{q}_{k-1,k}}{\Delta t'_k}\end{aligned}\quad (4.12)$$

Muốn cho các điểm đầu và điểm cuối của quỹ đạo đạt giá trị mong muốn, nghĩa là $q_1 = q_i$ và $q_N = q_f$ thì phải kéo dài thêm thời gian: $t_N - t_1 + (\Delta t'_1 + \Delta t'_N)/2$, đồng thời vận tốc tại các điểm đầu và điểm cuối $\dot{q}_{0,1} = \dot{q}_{N,N+1} = 0$. Chú ý rằng quỹ đạo nhận được không đi qua các điểm chốt mà chỉ đi gần chúng. Gia tốc tại các cung cong ($\ddot{q}_k$) càng nhỏ thì quỹ đạo càng đi sát các điểm chốt hơn. Hình 4.5b minh họa quỹ đạo với $q_1 = 0, q_2 = 2\pi, q_3 = \pi/2, q_4 = \pi, t_1 = 0, t_2 = 2, t_3 = 3, t_4 = 5, \dot{q}_1 = 0, \dot{q}_4 = 0$. Hai giá trị của $\Delta t'_k$ được dùng là $\Delta t'_k = 0,2$ (nét liền) và $\Delta t'_k = 0,6$ (nét đứt). Ta cũng thấy trong trường hợp thứ hai (gia tốc lớn), quỹ đạo đi xa các điểm chốt hơn vì phải trả giá cho gia tốc lớn.

4.1.2. Quỹ đạo trong không gian công tác

Quỹ đạo trong không gian khớp mô tả diễn tiến theo thời gian của các biến khớp $q(t)$, sao cho phần công tác di chuyển thẳng từ điểm ban đầu đến điểm cuối hoặc đi qua các điểm trung gian. Thực tế, khi thiết kế quỹ đạo trong không gian khớp khó có thể đảm bảo chuyển động chính xác của phần công tác, vì ảnh hưởng phi tuyến khi chuyển đổi các quan hệ động học từ không gian khớp sang không gian công tác. Muốn cho chuyển động của phần công tác theo đúng lộ trình đã định trong không gian công tác, cần thiết kế quỹ đạo trực tiếp trong chính không gian này. Quỹ đạo có thể được xây dựng bằng cách *nội suy* đường dịch chuyển qua các điểm chốt hoặc xác lập bằng *giải tích* hàm chuyển động.

Trong cả hai trường hợp, diễn tiến thời gian của các biến trong không gian công tác được dùng để xác định giá trị của các biến khớp theo thời gian thực, bằng thuật toán nghịch của động học tay máy. Vì các giá trị này là chuẩn đầu vào của hệ điều khiển, nên người ta thường dùng phép *nội suy đường thẳng* (*linear microinterpolation*). Bằng cách đó có thể tăng tần số cập nhật chuẩn đầu vào để cải thiện đặc tính động lực học của hệ thống.

Ký hiệu x là biến, dùng để miêu tả đường dịch chuyển của phần công tác trong không gian công tác. Diễn tiến thời gian của biến đó có thể được chỉ định chính xác hơn nhờ N điểm trung gian (điểm chốt), xác định giá trị của biến x tại các thời điểm t_k , với $k = 1, \dots, N$. Tương tự như đã trình bày ở phần trên, quỹ đạo có thể được hình thành bằng cách nội suy

hàm vector giữa các điểm chốt. Hàm đó có thể được xác định nhờ áp dụng một trong những phương pháp nội suy đã trình bày ở mục 4.1.1.2.

4.1.2.1. Các nguyên tố của đường dịch chuyển

Một đường dịch chuyển trong không gian có thể được mô tả dưới dạng tham số bằng tập hợp các phần tử tối giản (*các nguyên tố - path primitives*). Giả sử p là vector (3×1) và $f(\sigma)$ là một hàm vector liên tục trong khoảng $[\sigma_i, \sigma_f]$. Xét phương trình

$$p = f(\sigma) \quad (4.13)$$

Khi σ thay đổi trong khoảng $[\sigma_i, \sigma_f]$ thì các giá trị tương ứng của p hình thành một đường trong không gian. Phương trình (4.13) là biểu diễn theo tham số của đường Γ , trong đó đại lượng vô hướng σ là tham số. Khi σ tăng, điểm p di chuyển trên đường Γ theo một hướng nhất định. Dạng của Γ và hướng tăng của nó do hàm $f(\sigma)$ quyết định. Đường được gọi là kín nếu $p(\sigma_f) = p(\sigma_i)$. Nếu $p(\sigma_f) \neq p(\sigma_i)$ thì có đường hở.

Trên một đường Γ có hướng xác định, cho một điểm p_i cố định làm gốc. Ta định nghĩa tọa độ s của một điểm bất kỳ trên Γ là độ dài cung từ p_i đến p . Mỗi điểm p trên Γ tương ứng với một giá trị tọa độ s . Vì vậy, s có thể được dùng như là một tham số để biểu diễn đường dịch chuyển Γ :

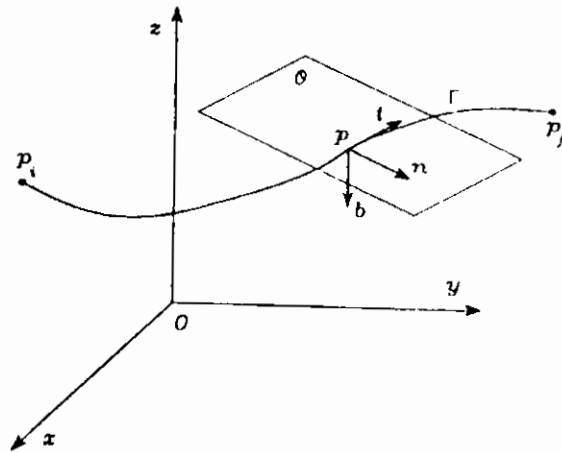
$$p = f(s) \quad (4.14)$$

Xét một đường Γ được biểu diễn theo tham số s như (4.14). Tại mỗi điểm p trên đó có thể xác định 3 vector đơn vị đặc trưng cho đường đó. Hướng của các vector đơn vị phụ thuộc vào đặc tính của đường, còn chiều của chúng phụ thuộc vào chiều biến thiên của (4.14). Cách xác định các vector như sau:

- Vector thứ nhất, ký hiệu là t , là vector tiếp tuyến với Γ tại p , hướng theo chiều tăng của s .

- Vector thứ hai là vector pháp tuyến chính, ký hiệu là n . Nó vuông góc với vector t tại p và nằm trong *mặt phẳng tiếp* với Γ tại p (mặt phẳng O trên hình 4.6). Đó là vị trí giới hạn của mặt phẳng chứa vector tiếp tuyến t và điểm $p' \in \Gamma$, khi p' tiến dọc theo Γ đến p . Chiều của vector n được xác định sao cho trong vùng lân cận của p , đường Γ nằm cùng phía với n so với mặt phẳng chứa t và n .

Hình 4. 6: Biểu
diễn đường dịch
chuyển dưới dạng
tham số



- Vector thứ ba, ký hiệu là b , hình thành với t và n một tam diện thuận, nghĩa là chiều của (t, n, b) được xác định theo quy tắc bàn tay phải.

Theo định nghĩa về tọa độ s của điểm p trên đường dịch chuyển Γ , ta có các quan hệ sau:

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{dp}{ds} \\ n &= \frac{1}{\left\| \frac{d^2 p}{ds^2} \right\|} \frac{d^2 p}{ds^2} \\ b &= t \times n \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

Sau đây là hai dạng nguyên tố điển hình, thường dùng nhất khi xây dựng quỹ đạo trong không gian công tác.

- **Đoạn thẳng trong không gian công tác**

Xét đoạn thẳng nối hai điểm p_i và p_f . Nó được biểu diễn dưới dạng tham số bởi phương trình sau:

$$p(s) = p_i + \frac{s}{\|p_f - p_i\|} (p_f - p_i) \quad (4.16)$$

Chú ý rằng $p(0) = p_i$ và $p(\|p_f - p_i\|) = p_f$. Vì vậy hướng của Γ đi từ p_i đến p_f .

Vị phân (4.16) theo s được:

$$\frac{dp}{ds} = \frac{l}{\|p_f - p_i\|} (p_f - p_i)$$

$$\frac{d^2 p}{ds^2} = 0 \quad (4.17)$$

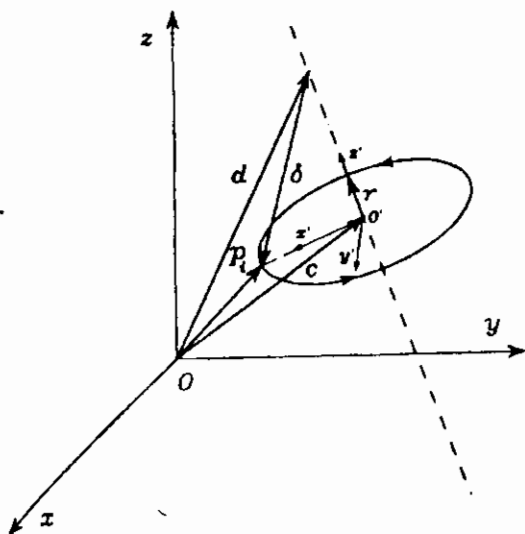
Trong trường hợp này không thể xác định hệ tọa độ (t, n, b) một cách đơn trị.

• **Đường tròn trong không gian công tác**

Giả sử có đường tròn trong không gian (hình 4. 7), được xác định bởi:

- Vector đơn vị r nằm theo trục đường tròn,
- Vector vị trí d của một điểm trên trục đường tròn,
- Vector vị trí p_i của một điểm nằm trên đường tròn.

Hình 4. 7: Biểu diễn
đường tròn dưới dạng
tham số



Ký hiệu $\delta = p_i - d$. Nếu p_i không nằm trên trục, nghĩa là đường tròn không suy biến thành một điểm, thì phải có quan hệ:

$$|\delta^T r| < \|\delta\|$$

Khi đó có thể xác định tâm của đường tròn thông qua vector sau:

$$c = d + (\delta^T r)r \quad (4.18)$$

Cần biểu diễn đường tròn dưới dạng hàm của tọa độ s . Để cho hàm này đơn giản, cần chọn một hệ tọa độ thích hợp $O'-x'y'z'$, trong đó O' trùng với tâm đường tròn; trục x' hướng theo chiều vector $p_i - c$; trục z' hướng theo r , còn y' được xác định từ x' và z' bằng quy tắc bàn tay phải. Tọa độ điểm p trong hệ tọa độ này được biểu diễn qua vector

$$p'(s) = \begin{bmatrix} \rho \cos(s / \rho) \\ \rho \sin(s / \rho) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

trong đó $\rho = \|p_i - c\|$ là bán kính đường tròn và điểm p_i là gốc tọa độ. Khi thay đổi hệ tọa độ thì phương trình biểu diễn đường tròn trở thành

$$p(s) = c + R p'(s) \quad (4.20)$$

trong đó R là ma trận quay của hệ tọa độ $O'-x'y'z'$ so với hệ $O-xyz$. Trong chương 2, chúng ta đã biểu diễn ma trận này dưới dạng

$$R = [x' \ y' \ z'].$$

Vì phân (4.20) theo s ta nhận được các vector vận tốc và gia tốc dưới dạng hàm số của tọa độ s như sau:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{ds} &= R \begin{bmatrix} -\sin(s / \rho) \\ \cos(s / \rho) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{d^2 p}{ds^2} &= R \begin{bmatrix} -\cos(s / \rho) / \rho \\ -\sin(s / \rho) / \rho \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

4.1.2.2. Vị trí và hướng trên quỹ đạo

Quỹ đạo trong không gian công tác là tổ hợp theo trình tự nhất định của các nguyên tố đã trình bày ở trên. Thiết kế quỹ đạo trong không gian công tác có nghĩa là xác định hàm $x(t)$, biểu diễn thế của phần công tác x theo thời gian t , trong đó t biến thiên trong khoảng từ t_i đến t_f . Thế của một vật trong không gian có 2 yếu tố: vị trí và hướng. Khi vật chuyển động dọc theo đường dịch chuyển, không chỉ vị trí mà cả hướng của nó thay đổi theo thời gian. Vì vậy, "quỹ đạo" ở đây phải hiểu theo nghĩa rộng, gồm cả thành phần mô tả vị trí và thành phần mô tả hướng. Trong

chương 2 chúng ta đã biểu diễn thế của phần công tác qua vị trí và hướng của nó như sau:

$$x = \begin{bmatrix} p \\ \phi \end{bmatrix}$$

Bài toán được tách thành 2 phần: biểu diễn *vị trí* và *hướng* của phần công tác.

• **Vị trí của phần công tác**

Cho $p = f(s)$ là vector 3×1 , biểu diễn đường dịch chuyển Γ dưới dạng hàm của tọa độ s . Gốc tọa độ của phần công tác di chuyển từ điểm p_i đến điểm p_f trong khoảng thời gian t_f . Để đơn giản, đặt gốc tọa độ tại điểm p_i , hướng của Γ đi từ p_i đến p_f . Tọa độ của điểm p bất kỳ trên Γ (chính là độ dài cung s giữa gốc p_i đến p) là hàm của thời gian t , nghĩa là: $s = s(t)$. Vì $p = f(s)$, ta có thể tính vận tốc di chuyển của điểm p trên đường Γ bằng cách lấy đạo hàm của p theo t :

$$\dot{p} = \dot{s} \frac{dp}{ds} = \dot{s}t$$

trong đó t là vector tiếp tuyến của đường cong tại p . Như vậy, $\dot{s}$ biểu diễn độ lớn của vector vận tốc tại p . Giá trị của $\dot{p}$ biến thiên từ 0 (khi $t = 0$) biến thiên theo quy luật parabol hoặc hình thang, tùy theo chúng ta sử dụng phép nội suy bậc 3 hay bậc nhất, và trở lại bằng 0 khi $t = t_f$.

Nếu đường dịch chuyển Γ là đoạn thẳng, được biểu diễn bởi (4.16) thì vận tốc và gia tốc của điểm p được tính như sau:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{\dot{s}}{\|p_f - p_i\|} (p_f - p_i) = \dot{s}t \\ \ddot{p} &= \frac{\ddot{s}}{\|p_f - p_i\|} (p_f - p_i) = \ddot{s}t \end{aligned} \quad (4.22)$$

Nếu đường cong Γ là đường tròn, từ (4.21) ta nhận được vận tốc và gia tốc:

$$\dot{p} = R \begin{bmatrix} -\dot{s} \sin(s/\rho) \\ \dot{s} \cos(s/\rho) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\mathbf{p}} = R \begin{bmatrix} -\dot{s}^2 \cos(s/\rho)/\rho - \ddot{s} \sin(s/\rho) \\ -\dot{s}^2 \sin(s/\rho)/\rho + \ddot{s} \cos(s/\rho) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Chú ý rằng vector vận tốc hướng dọc theo vector t , còn gia tốc có 2 thành phần: thành phần *hướng tâm* theo phương n , thành phần *tiếp tuyến* theo phương t .

• Hướng của phần công tác

Hướng của phần công tác, như đã nghiên cứu trong chương 2, được mô tả thông qua ma trận quay của hệ tọa độ gắn trên nó so với hệ tọa độ cơ sở. Trong bài toán quỹ đạo chỉ phải quan tâm rằng ma trận quay này là hàm của thời gian. Chúng ta cũng đã biết, ma trận quay có 3 cột, tương ứng với 3 vector đơn vị (n, s, a) của hệ tọa độ hiện thời. Tuy nhiên ứng dụng trực tiếp ma trận quay để mô tả hướng không có lợi, vì phải giải quyết các liên kết thừa. Có trường hợp, ví dụ khi nội suy đường thẳng, các vector đơn vị n, s, a không thể đảm bảo tính vuông góc của chúng tại mọi thời điểm. Để khắc phục khó khăn trên, người ta dùng phép mô tả tối thiểu của hướng bằng các bộ ba góc $\phi = (\varphi, \vartheta, \psi)$ như góc Euler ZYZ hoặc góc RPY.

Khi phần công tác chuyển động dọc theo đường dịch chuyển, hệ tọa độ ϕ thay đổi từ giá trị ϕ_i đến ϕ_f . Tương tự như đối với vị trí, có thể dùng phép nội suy bậc 3 hoặc bậc nhất để mô tả hướng của quỹ đạo. Khi đó, như đã chỉ ra trong mục 4.1.1.2, vận tốc góc ω (có quan hệ bậc nhất với $\dot{\phi}$) sẽ là hàm liên tục đối với thời gian.

Vì vậy, với ϕ_i và ϕ_f cho trước, ta cũng xác định được hướng, vận tốc góc và gia tốc thay đổi hướng của phần công tác như sau:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_i + \frac{s}{\|\phi_f - \phi_i\|} (\phi_f - \phi_i) \\ \dot{\phi} &= \frac{\dot{s}}{\|\phi_f - \phi_i\|} (\phi_f - \phi_i) \\ \ddot{\phi} &= \frac{\ddot{s}}{\|\phi_f - \phi_i\|} (\phi_f - \phi_i) \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

Một phương pháp nữa để xây dựng quỹ đạo về hướng là vận dụng phép quay quanh trục bất kỳ, đã được trình bày trong chương 2. Nếu cho trước 2 hệ toạ độ để các có gốc trùng nhau thì luôn luôn có thể xác định vector đơn vị r sao cho nhận được hệ thứ hai bằng cách quay hệ thứ nhất một góc $\mathcal{G}_f$ quanh trục r .

Ký hiệu R_i và R_f là hai ma trận quay của hệ ở vị trí ban đầu $O_i-x_iy_iz_i$ và ở vị trí cuối $O_f-x_fy_fz_f$. Chúng ta đã có quan hệ $R_f = R_i R'_f$, trong đó

$$R'_f = R_i^T R_f = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Nếu dùng ma trận $R'(t)$ để mô tả phép quay từ R_i đến R_f thì phải có $R'(0) = I$ và $R'(t_f) = R'_f$. Như vậy có thể coi R'_f là phép quay quanh trục cố định trong không gian. Góc quay $\mathcal{G}_f$ và vector đơn vị r của trục quay có thể tính theo các công thức sau:

$$\mathcal{G}_f = \cos^{-1} \left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33}}{2} \right)$$

$$r = \frac{1}{2 \sin \mathcal{G}_f} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} \quad \text{với } \sin \mathcal{G}_f \neq 0 \quad (4.25)$$

Ma trận $R'(t)$ có thể được viết thành $R'_f(\mathcal{G}(t))$ và tính nhờ công thức (2.16). Nếu xác định được quy luật $\mathcal{G}(t)$, với $\mathcal{G}(0) = 0$ và $\mathcal{G}(t_f) = \mathcal{G}_f$ và tính được các thành phần r_x, r_y, r_z của vector đơn vị r của trục cố định thì có thể xác định ma trận quay tại thời điểm t bất kỳ:

$$R(t) = R_i R'_f(\mathcal{G}(t))$$

Ma trận trên mô tả hướng của phân công tác so với hệ cơ sở dưới dạng hàm của thời gian t .

Sau khi đường dịch chuyển được xác định trong không gian công tác nhờ các hàm $p(t)$ và $\phi(t)$ hoặc $R(t)$ thì, bằng thuật toán động học ngược, có thể thiết lập quỹ đạo tương ứng trong không gian khớp $q(t)$.

4.2. ĐIỀU KHIỂN CHUYỂN ĐỘNG

Sau khi nhận được số liệu đầu vào tương ứng với quỹ đạo của phân công tác hay của khớp, hệ thống điều khiển phải điều khiển robot chuyển

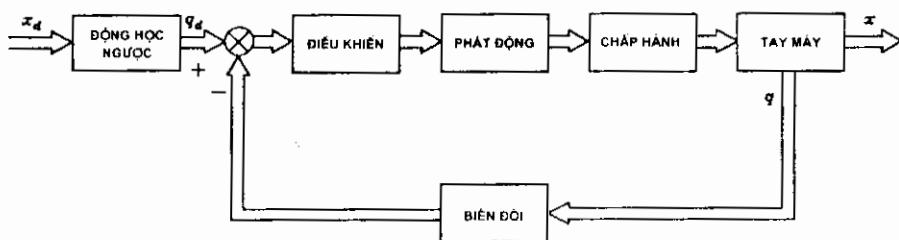
động theo đúng quỹ đạo đặt ra. Vấn đề điều khiển robot nói chung rất phức tạp, vì ngoài việc đảm bảo thực hiện quỹ đạo một cách chính xác, còn phải giải quyết vấn đề tương tác với đối tượng công tác. Tùy theo yêu cầu sử dụng robot, có rất nhiều kỹ thuật điều khiển khác nhau được ứng dụng, chẳng hạn:

- Điều khiển tự do và điều khiển có tương tác với đối tượng,
- Điều khiển trong không gian khớp và điều khiển trong không gian làm việc,
- Điều khiển phân tán và điều khiển tập trung,
- Điều khiển điểm - điểm và điều khiển theo đường.

Ngoài ra, kỹ thuật điều khiển còn phụ thuộc kết cấu phần cơ khí của robot, ví dụ sử dụng hệ tọa độ dễ - các hay hệ tọa độ khác, sử dụng động cơ chấp hành kiểu nào, có dùng truyền động cơ khí phụ hay không. Truyền động cơ khí phụ cho phép sử dụng vùng có lợi nhất trên đặc tuyến của động cơ, mở rộng được vùng tuyến tính của nó,... nhưng lại chịu các tác động phụ, như biến dạng, tổn hao năng lượng do ma sát, khe hở, các lực và momen phát sinh, như lực ly tâm, dao động, lực coriolis,...

Sự lựa chọn giữa điều khiển trong không gian công tác hay trong không gian khớp cũng là vấn đề khó. Nhiệm vụ của robot (tức là của phần công tác) được thiết lập trong không gian công tác, trong khi tác động điều khiển lại đặt vào các khớp nên biến khớp là đối tượng điều khiển trực tiếp. Vì vậy bài toán động học ngược bao giờ cũng phải được giải, nhưng vị trí của nó khác nhau giữa trường hợp điều khiển trong không gian khớp và điều khiển trong không gian công tác.

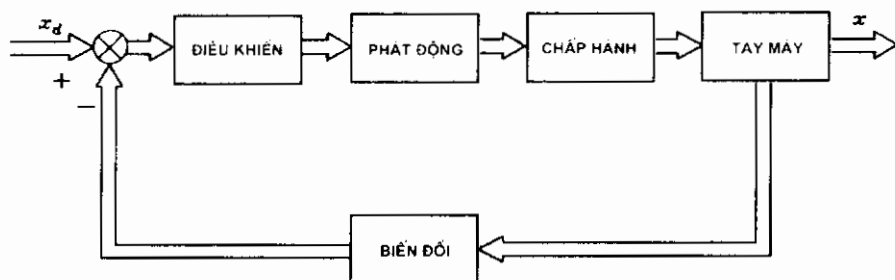
Khi điều khiển trong không gian khớp, bài toán động học ngược được giải trước để chuyển các thông số từ không gian công tác sang không gian khớp (hình 4. 8).



Hình 4. 8: Sơ đồ điều khiển trong không gian khớp

Mạch điều khiển nhận giá trị đặt của các biến khớp (có thể qua hệ số chuyển đổi nào đó) và điều khiển khớp theo sát diễn tiến thời gian của biến khớp. Mạch điều khiển kiểu này đơn giản hơn, nhưng độ chính xác bị hạn chế do chính đối tượng cần giám sát trực tiếp là phân công tác lại nằm ngoài mạch điều khiển.

Hệ điều khiển trong không gian công tác (hình 4.9) nhận trực tiếp thông số của không gian khớp làm số liệu đầu vào, bài toán ngược được giải trong mạch phản hồi, nên về lý thuyết thì có vẻ chính xác hơn. Tuy nhiên, nó có hai nhược điểm cơ bản. Thứ nhất, hệ điều khiển phức tạp hơn. Thứ hai, hệ thống đo thường gắn lên các khớp, giám sát trực tiếp các thông số của khớp. Muốn chuyển chúng sang không gian công tác thì phải thực hiện các phép tính động học thuận và đó cũng là nguồn phát sinh sai số.



Hình 4. 9: Sơ đồ hệ điều khiển trong không gian công tác

4.2.1. Điều khiển trong không gian khớp

Trong chương 3 chúng ta đã xây dựng được phương trình tổng quát biểu diễn chuyển động của tay máy trong không gian khớp. Nếu bỏ qua lực tương tác với môi trường (giả thiết tay máy chuyển động không tải) và lực ma sát tĩnh (do khó mô hình hoá) thì phương trình có dạng sau:

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + g(q) = \tau. \quad (4.26)$$

Muốn xây dựng hệ điều khiển chuyển động của tay máy phải xác định n thành phần của lực tổng quát (nếu là khớp trượt) hoặc momen tổng quát (nếu là khớp quay), sao cho quỹ đạo thực $q(t)$ và quỹ đạo mong muốn $q_d(t)$ càng gần nhau càng tốt, nghĩa là chúng ta mong muốn

$$q(t) = q_d(t)$$

Ký hiệu q_m là vector chuyển vị của cơ cấu phát động, K_r là tỷ số truyền của truyền động cơ khí. Giả thiết bỏ qua biến dạng và khe hở trong truyền động cơ khí, chúng ta có quan hệ

$$q_m = K_r q \quad (4.27)$$

Tương tự, ký hiệu τ_m là vector momen do cơ cấu phát động sinh ra, ta cũng có

$$\tau_m = K_r^{-1} \tau \quad (4.28)$$

Để ý rằng ma trận quán tính $B(q)$ có thành phần không đổi $\bar{B}$ biểu thị quán tính trung bình của mỗi khớp và thành phần phụ thuộc cấu hình của khớp $\Delta B(q)$:

$$B(q) = \bar{B} + \Delta B(q) \quad (4.29)$$

Thay các biểu thức (4.27) đến (4.29) vào (4.26), ta được:

$$\tau_m = K_r^{-1} \bar{B} K_r^{-1} \ddot{q}_m + F_m \dot{q}_m + d \quad (4.30)$$

trong đó

$$F_m = K_r^{-1} F_v K_r^{-1} \quad (4.31)$$

biểu thị ma trận các hệ số ma sát nhớt quanh trục động cơ và

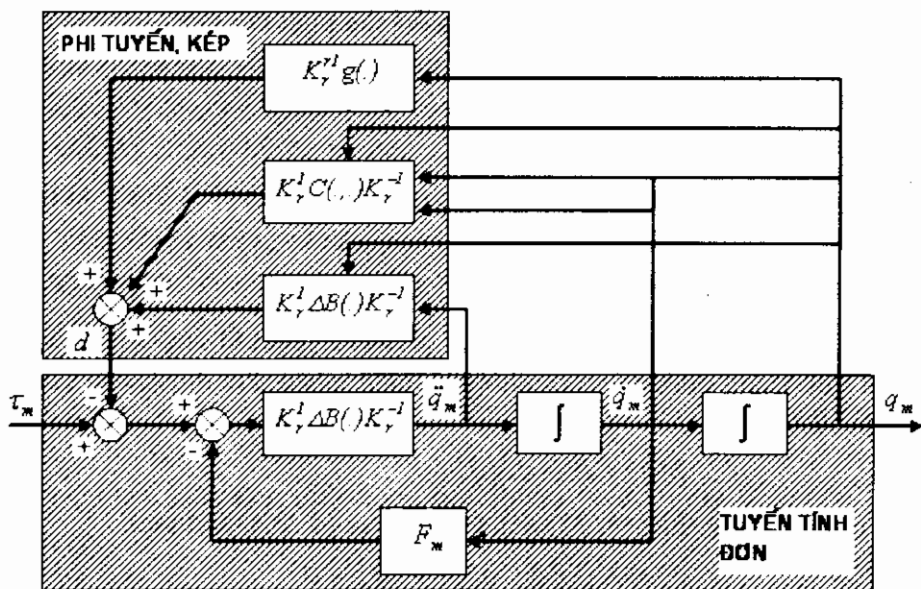
$$d = K_r^{-1} \Delta B(q) K_r^{-1} \ddot{q}_m + K_r^{-1} C(q, \dot{q}) K_r^{-1} \dot{q}_m + K_r^{-1} g(q) \quad (4.32)$$

biểu thị thành phần phụ thuộc cấu hình của các khớp.

Hình 4.10 là sơ đồ khối minh họa cho phương trình động học điều khiển tay máy (4.30). Nó gồm 2 bộ phận: một bộ phận nhận τ_m làm đại lượng vào, q_m làm đại lượng ra. Giữa chúng có quan hệ *tuyến tính* và *đơn* (*linear and decoupled*), vì mỗi thành phần của τ_m chỉ ảnh hưởng đến một thành phần của q_m . Bộ phận thứ hai nhận đại lượng vào là $q_m, \dot{q}_m, \ddot{q}_m$ và d làm đại lượng ra với quan hệ *phi tuyến* và *kép* (*nonlinear and coupled*).

Dựa vào sơ đồ trên có thể đề xuất một số thuật toán điều khiển với các mô hình động lực học khác nhau.

Trường hợp đơn giản nhất xảy ra khi hệ số giảm tốc lớn, với sự hạn chế về vận tốc và gia tốc. Khi đó, hệ thống được xem là khớp điều khiển đơn (*single joint servo*), còn đại lượng d được coi là nhiễu. Điều đó dẫn đến kết cấu điều khiển phân tán, trong đó các khớp được coi là độc lập với nhau. Bộ điều khiển phải đảm bảo khả năng chống nhiễu cao và khả năng "bám" quỹ đạo tốt. Về thực chất, hệ điều khiển này làm việc theo sai số giữa giá trị ra và giá trị cần điều khiển.



Hình 4. 10: Sơ đồ quan hệ động lực học của tay máy

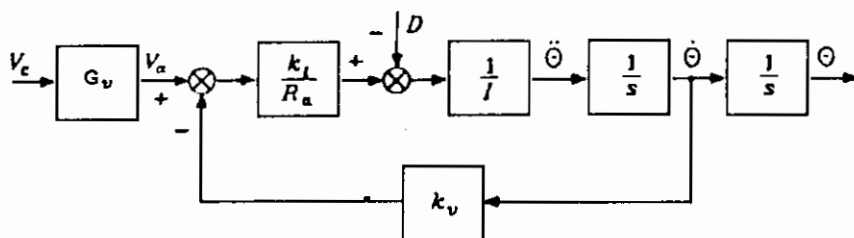
Trường hợp thứ hai, khi đòi hỏi vận tốc cao, dùng hệ thống truyền động trực tiếp ($K_v = I$), thì các thành phần phi tuyến d có ảnh hưởng nhiều, sai số quỹ đạo sẽ lớn hơn. Trong hệ thống phải có bộ phận bù cho các thành phần phi tuyến bằng cách tạo ra *momen bù*. Đó là giải pháp tích cực, vì nó nhằm loại trừ nguyên nhân sai số chứ không phải hạn chế ảnh hưởng của chúng. Điều đó dẫn đến thuật toán điều khiển tập trung.

Như vậy, tùy theo kiểu điều khiển mà bộ phận phát động có vai trò khác nhau. Đối với hệ điều khiển phân tán, bộ phát động (*actuator*) đóng vai trò máy phát được điều khiển theo vận tốc (*velocity-controlled generator*). Trong hệ điều khiển tập trung, nó được coi là máy phát được điều khiển theo momen (*torque-controlled generator*).

Cả hai trường hợp trên đều sử dụng kỹ thuật điều khiển theo sai số giữa quỹ đạo thực và quỹ đạo yêu cầu, không phân biệt dùng *liên hệ ngược* hay *liên hệ thuận*. Dù với mô hình động lực học nào đi nữa thì các hệ thống thực cũng phải được đơn giản hoá bằng cách nào đó, ví dụ bỏ qua ma sát tĩnh, khe hở, biến dạng đàn hồi, sai số chế tạo,... trong hệ thống.

4.2.2. Điều khiển độc lập

Trường hợp đơn giản nhất trong điều khiển robot là mỗi khớp được điều khiển hoàn toàn độc lập với các khớp khác, và hệ điều khiển chỉ có một đại lượng vào và một đại lượng ra (*single-input /single-output system*). Sự ảnh hưởng kép giữa các khớp với nhau trong quá trình làm việc được xem là nhiễu. Sơ đồ của hệ thống này (hình 4.11) tương ứng với phân tuyến tính và đơn của hình 4.10.



Hình 4. 11: Sơ đồ điều khiển độc lập của mỗi khớp

Không làm mất tính tổng quát, xét trường hợp thiết bị chấp hành là động cơ điện một chiều. Như vậy, θ là góc quay của trục động cơ, I là momen quán tính trung bình của phần chuyển động quy đổi đến trục động cơ, R_a là điện trở phần ứng của động cơ, k_t và k_v là hệ số momen và hệ số vận tốc của động cơ, G_v là hệ số điện áp của bộ khuếch đại công suất.

Giả thiết hệ số ma sát nhớt trên trục của động cơ rất nhỏ (có thể bỏ qua) so với hệ số cản điện năng, nghĩa là:

$$F_m \ll \frac{k_v k_t}{R_a}$$

Hàm truyền của động cơ có thể được viết dưới dạng:

$$M(s) = \frac{k_m}{s(I + sT_m)} \quad (4.33)$$

trong đó, $k_m = \frac{I}{k_v}$ và $T_m = \frac{R_a I}{k_v k_t}$, tương ứng là hệ số chuyển đổi vận

tốc - điện áp và hằng số thời gian của động cơ.

4.2.2.1. Điều khiển có liên hệ ngược

Để đảm bảo khả năng chống nhiễu, bộ điều khiển phải thoả mãn các điều kiện:

- Hệ số khuếch đại lớn đặt phía trước điểm tác động của nhiễu,
- Có tác động tích phân trong bộ điều khiển để hạn chế ảnh hưởng của trọng trường tới đại lượng ra khi hệ thống ở trạng thái tĩnh (giữ cho θ không đổi).

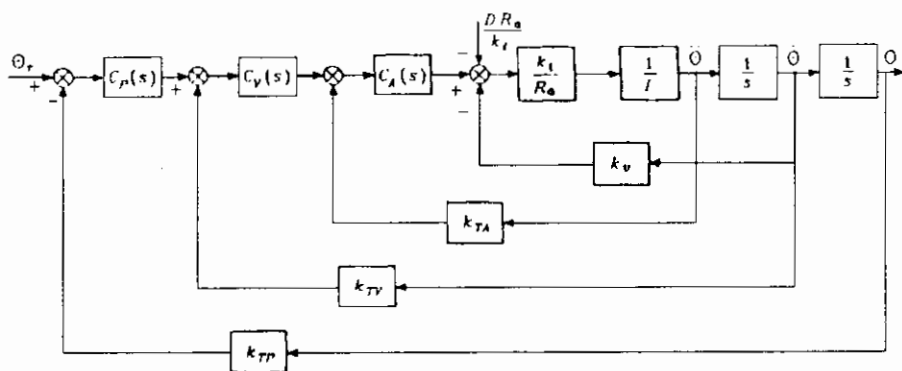
Yêu cầu trên gợi ra ý tưởng dùng tác động điều khiển PI (*Proportional - Integral*) trong mạch chính với hàm truyền

$$C(s) = K_c \frac{1 + sT_c}{s} \quad (4.34)$$

Nó có thể cho sai số trong trạng thái xác lập khi tác động của nhiễu không đổi, tại $s = -1/T_c$. Để cải thiện các đặc tính động lực học, nên dùng các vòng điều khiển có phản hồi cục bộ để khử tác động của nhiễu.

Bên cạnh việc đóng kín mạch phản hồi vị trí, thường dùng cả mạch phản hồi vận tốc và gia tốc. Điều đó dẫn đến mạch có sơ đồ như trong hình 4. 12, trong đó $C_p(s)$, $C_v(s)$ và $C_A(s)$ tương ứng biểu thị các bộ điều khiển vị trí, vận tốc và gia tốc; k_{TP} , k_{TV} , k_{TA} là các hằng số của các bộ biến đổi. Trong sơ đồ này, momen nhiễu D cũng được chuyển đổi thành điện áp nhờ hệ số chuyển đổi R_d/k_r .

Từ sơ đồ cơ bản trên, có thể nảy sinh một số phương án điều khiển có phản hồi riêng, như phản hồi vị trí phản hồi vị trí và vận tốc, phản hồi vị trí, vận tốc và gia tốc.



Hình 4. 12: Sơ đồ mạch điều khiển khớp độc lập

• **Điều khiển có phản hồi vị trí**

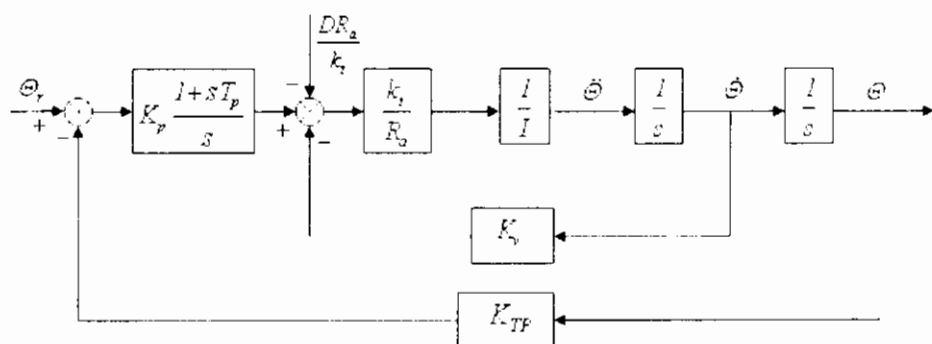
Trong trường hợp này, tác động điều khiển được đặc trưng bởi các hàm truyền:

$$C_p(s) = K_p \frac{1 + sT_p}{s}; \quad C_i(s) = C_d(s) = 1; \quad k_{IV} = k_{II} = 0.$$

Từ sơ đồ khối trong hình 4.13, ta xác định được hàm truyền cho mạch thuận (chưa kể tác động của nhiễu):

$$P(s) = \frac{k_m K_p (1 + sT_p)}{s^2 (1 + sT_m)},$$

và cho mạch phản hồi: $H(s) = k_{IP}$.



Hình 4. 13: Mạch điều khiển có phản hồi vị trí

Cuối cùng, hàm truyền của mạch kín vào/ra bằng

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{1}{1 + \frac{k_{IP}}{k_m K_p k_{IP} (1 + sT_p)} s^2 (1 + sT_m)} \quad (4.35)$$

Tương tự, hàm truyền của mạch kín nhiễu/ra bằng

$$\frac{\theta(s)}{D(s)} = - \frac{\frac{sR_a}{k_t K_p k_{IP} (1 + sT_p)}}{1 + \frac{k_{IP}}{k_m K_p k_{IP} (1 + sT_p)} s^2 (1 + sT_m)} \quad (4.36)$$

Bằng phương pháp phân tích quỹ tích nghiệm^(*) có thể chỉ ra phương hướng thiết kế hệ điều khiển có phản hồi vị trí, như sau:

- Hệ thống chỉ có thể ổn định khi hằng số thời gian của bộ điều khiển (trong trường hợp này là khâu tuyến tính) lớn hơn hằng số thời gian của động cơ, nghĩa là: $T_p > T_m$.

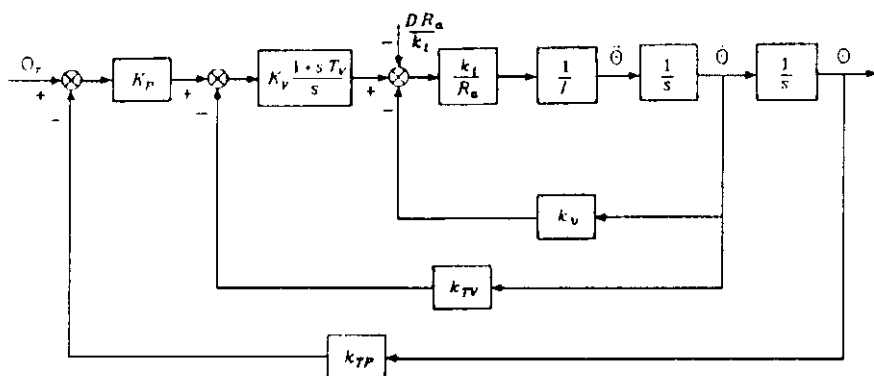
- Để giảm thời gian phản ứng của hệ thống, cần tăng T_p . Thường dùng $T_p \gg T_m$.

- Để chống nhiễu có hiệu quả cần tăng hệ số truyền K_p . Tích $X_K = K_p k_{IP}$, được gọi là nhân tố chống nhiễu (*disturbance rejection factor*), cũng phụ thuộc vào K_p . Tuy nhiên, nếu tăng K_p quá mức có thể gây nên dao động của đại lượng ra.

• Điều khiển có phản hồi vị trí và vận tốc

Sơ đồ khối của hệ thống được thể hiện trong hình 4.14. Tác động điều khiển được đặc trưng bởi

$$C_p(s) = K_p; \quad C_v(s) = K_v \frac{1 + sT_v}{s}; \quad C_A(s) = 1; \quad k_{FA} = 0.$$



Hình 4. 14: Sơ đồ điều khiển có phản hồi vị trí và vận tốc

Hàm truyền của mạch thuận và của mạch phản hồi:

$$P(s) = \frac{k_m K_v K_p (1 + sT_v)}{s^2 (1 + sT_m)}; \quad H(s) = k_{IP} \left(1 + s \frac{k_{TV}}{K_p k_{IP}} \right)$$

^(*) Root-locus analysis là một công cụ để khảo sát các chỉ tiêu chất lượng của hệ thống, như tính ổn định, đặc tính tĩnh và đặc tính của quá trình quá độ.

Hàm truyền của mạch kín vào/ra:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{I}{I + \frac{sk_{TP}}{K_p k_{TP}} + \frac{s^2}{k_m K_p k_{TP} K_V}} \quad (4.37)$$

Hàm truyền của mạch kín nhiễu/ra:

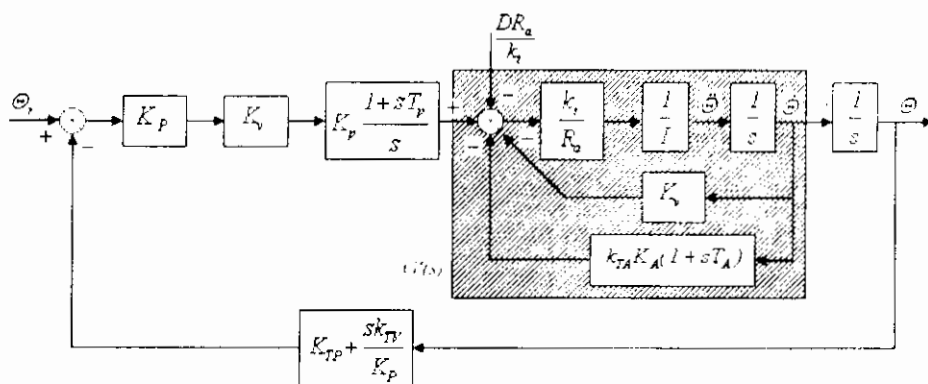
$$\frac{\theta(s)}{D(s)} = \frac{sR_a}{k_t K_p k_{TP} K_V (1 + sT_m)} \quad (4.38)$$

Nhân tố chống nhiễu: $X_R = K_p k_{TP} K_V$

• **Điều khiển có phản hồi vị trí, vận tốc và gia tốc**

Hệ điều khiển này ứng với sơ đồ trong hình 4.15. Tác động điều khiển được đặc trưng bởi:

$$C_p(s) = K_p; \quad C_v(s) = K_V; \quad C_A(s) = K_A \frac{1 + sT_A}{s}$$



Hình 4. 15: Sơ đồ điều khiển có phản hồi vị trí, vận tốc và gia tốc

Để cho biểu thức được đơn giản, phần gạch chéo trong sơ đồ được thay thế tương đương bằng một khối có hàm truyền:

$$G'(s) = \frac{k_m}{sT_m(1 + k_m K_A k_{TA} \frac{T_A}{T_m}) (1 + k_m K_A k_{TA}) (1 + k_m K_A k_{TA})}$$

Hàm truyền của mạch thuận và của mạch phản hồi:

$$P(s) = \frac{K_p K_v K_A (1 + sT_A)}{s^2} G'(s); \quad H(s) = k_{IV} \left(1 + \frac{sk_{IV}}{K_p k_{IV}}\right)$$

Hàm truyền của mạch kín vào/ra:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{\frac{1}{k_{IV}}}{1 + \frac{sk_{IV}}{K_p k_{IV}} + \frac{s^2(1 + k_m K_A k_{TA})}{k_m K_p k_{IV} K_v K_A}} \quad (4.39)$$

Hàm truyền của mạch kín nhiều/ra:

$$\frac{\theta(s)}{D(s)} = \frac{\frac{sR_a}{k_i K_p k_{IV} K_v K_A (1 + sT_A)}}{1 + \frac{sk_{IV}}{K_p k_{IV}} + \frac{s^2(1 + k_m K_A k_{TA})}{k_m K_p k_{IV} K_v K_A}} \quad (4.40)$$

Nhân tố chống nhiễu: $X_K = K_p k_{IV} K_v K_A$

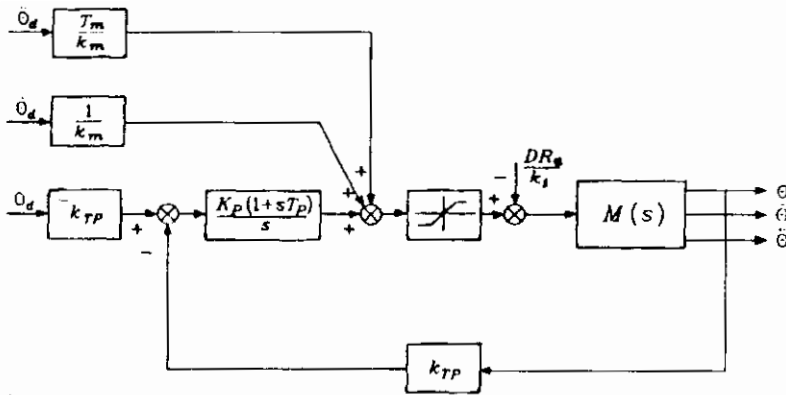
4.2.2.2. Điều khiển có bù

Các sơ đồ điều khiển có liên hệ ngược như trình bày ở trên nhằm tạo ra khả năng chống nhiễu tốt. Nhưng khi cần bám sát quỹ đạo với tốc độ và gia tốc lớn thì chúng không đáp ứng được. Cơ chế điều khiển có bù cho phép giảm sai số quỹ đạo. Tương ứng với mỗi sơ đồ điều khiển có phản hồi, chúng ta có thể thiết lập một sơ đồ tương ứng cho điều khiển có bù (hình 4.16) và đại lượng vào tương ứng của mỗi sơ đồ sẽ được thay thế theo các quan hệ sau:

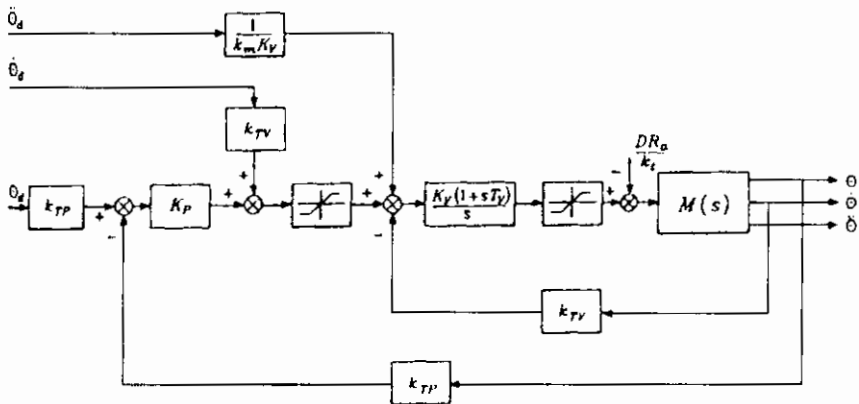
$$\theta_r(s) = \left(k_{IV} + \frac{s^2(1 + sT_m)}{k_m K_p (1 + sT_p)}\right) \theta_d(s)$$

$$\theta_r(s) = \left(k_{IV} + \frac{sk_{IV}}{K_p} + \frac{s^2}{k_m K_p K_v}\right) \theta_d(s)$$

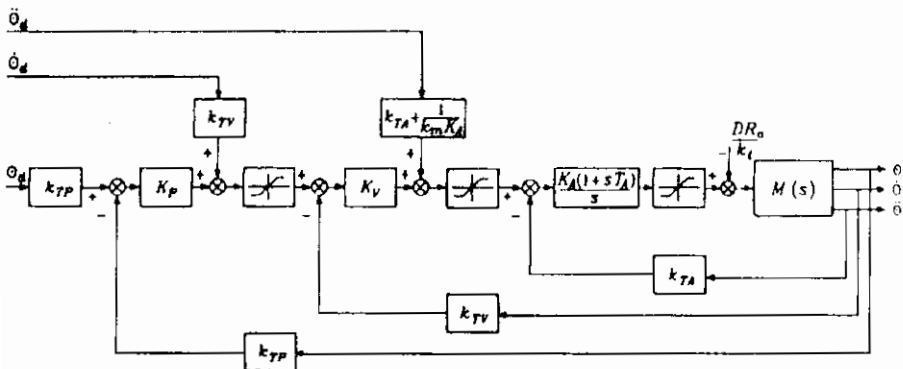
$$\theta_r(s) = \left(k_{IV} + \frac{sk_{IV}}{K_p} + \frac{(1 + k_m K_A k_{TA})s^2}{k_m K_p K_v K_A}\right) \theta_d(s)$$



a: Điều khiển có bù với phản hồi vị trí

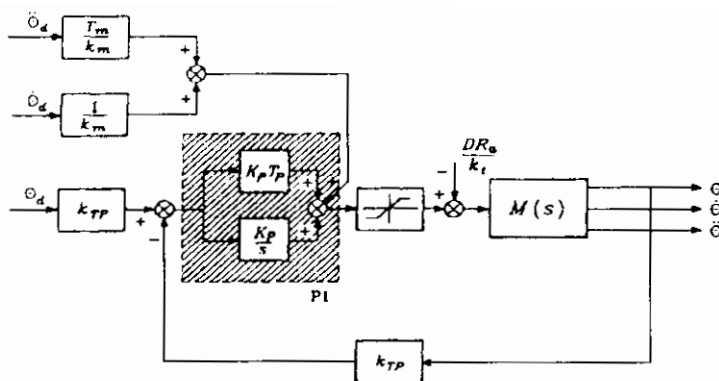


b: Điều khiển có bù với phản hồi vị trí và vận tốc

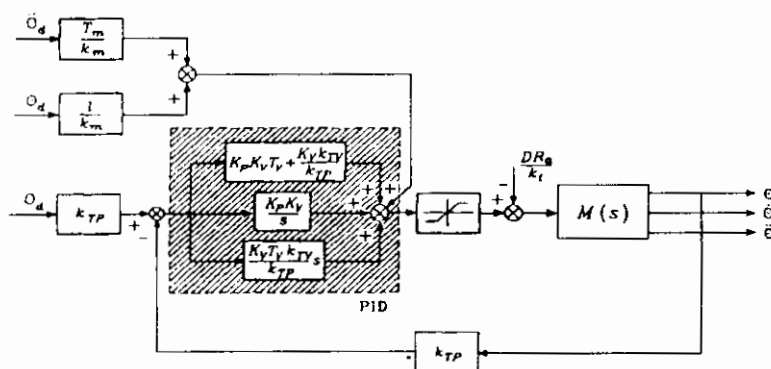


c: Điều khiển có bù với phản hồi vị trí, vận tốc và gia tốc

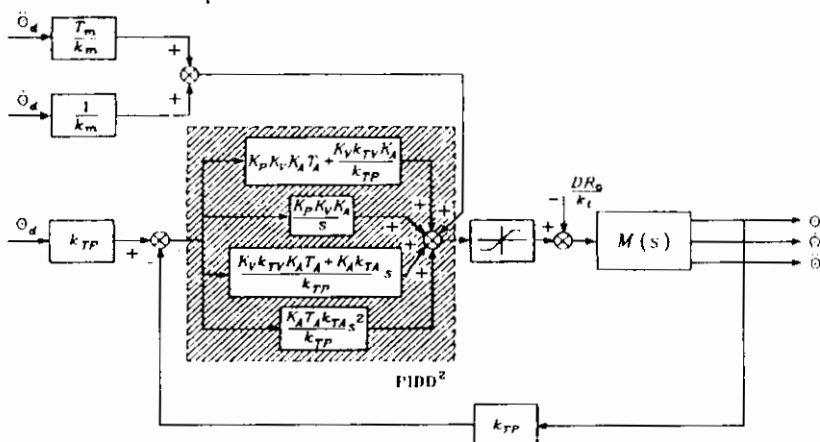
Hình 4. 16: Các hệ thống điều khiển có phản hồi



a: Sơ đồ điều khiển tương đương kiểu PI



b: Sơ đồ điều khiển tương đương kiểu PID



c: Sơ đồ điều khiển tương đương kiểu PIDD²

Hình 4. 17: Các sơ đồ tương đương của hệ điều khiển có phản hồi

Chú ý rằng, lượng bù vận tốc và gia tốc được tính dễ dàng bằng giải tích, dựa vào thông số vị trí $\theta_d(t)$, còn $M(s)$ là hàm truyền của động cơ chấp hành.

Các sơ đồ trên cho phép bám sát quỹ đạo vào trong phạm vi tuyến tính của hệ thống. Khả năng đó còn phụ thuộc mức độ phù hợp của bộ điều khiển và các tham số bù với các thông số của quá trình. Tuy nhiên, hệ càng có nhiều vòng phản hồi thì càng ít phải quan tâm đến chúng. Các khối bảo hoà trong sơ đồ là các phần tử phi tuyến, được dùng để hạn chế vùng biến thiên của vận tốc và gia tốc. Điều đó giúp phòng ngừa ảnh hưởng của sự biến thiên thái quá của các đại lượng vào đến quá trình quá độ, nhưng cũng có thể làm giảm độ chính xác bám quỹ đạo.

Trên hình 4.17 là các sơ đồ tương đương của các sơ đồ trên hình 4.16. Chúng chỉ dùng mạch phản hồi vị trí, cộng thêm một bộ hiệu chỉnh (phần gạch chéo trong sơ đồ) với các tác động điều khiển tiêu chuẩn là PI, PID, PIDD²,....

4.2.3. Điều khiển tập trung

Trong mục 4.2.2 trình bày các vấn đề cơ sở của việc thiết kế các bộ điều khiển độc lập trong không gian khớp. Chúng đều là các hệ thống đơn (*single-input / single- output*), vì ảnh hưởng qua lại giữa các khớp đều được coi là nhỏ. Điều đó có nghĩa là chúng ta mới chỉ quan tâm đến một phần (tuyến tính và đơn) của hệ thống. Mô hình toán học (4.26) và sơ đồ khối trên hình 4.10 cho thấy tay máy là một hệ *n-inputs* (gồm *n* momen khớp), *n-outputs* (gồm *n* vị trí khớp) và *phi tuyến* (phần lớn mối quan hệ giữa chúng là phi tuyến). Vì vậy, về mặt phương pháp luận thiết kế hệ điều khiển robot, cần xem xét tay máy là một hệ thống *đa biến* và *phi tuyến*. Sử dụng luật điều khiển phi tuyến-tập trung là giải pháp đảm bảo các đặc trưng động lực học của robot. Phần này sẽ trình bày cơ sở toán học hình thành luật điều khiển này.

Để dễ theo dõi, chúng ta hãy xem lại các phương trình (4.26), (4.27) và (4.28), biểu diễn các quan hệ động lực của tay máy, của hệ truyền động cơ khí và của động cơ khớp.

Xuất phát từ phương trình (4.28) và sơ đồ trên hình 4.11, hệ có n nguồn động lực có thể được mô tả dưới dạng ma trận bằng các phương trình sau:

$$K_r^{-1} \tau = K_i i_a, \quad (4.41)$$

$$v_a = R_a i_a + K_v \dot{q}_m, \quad (4.42)$$

$$v_a = G_v v_c, \quad (4.43)$$

trong đó:

K_i - ma trận đường chéo các hằng số momen của n động cơ,

i_a - vector các dòng điện phản ứng của n động cơ,

v_a - vector các điện áp trên phản ứng của n động cơ,

R_a - ma trận đường chéo các điện trở trên phản ứng của n động cơ,

K_v - ma trận đường chéo các hằng số điện áp của n động cơ,

G_v - ma trận đường chéo các hệ số của n bộ khuếch đại,

v_c - vector các điện áp điều khiển của n động cơ servo.

Tổng hợp các biểu thức trên, nhận được dạng khác của mô hình động lực học dùng trong điều khiển robot:

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) = u \quad (4.44)$$

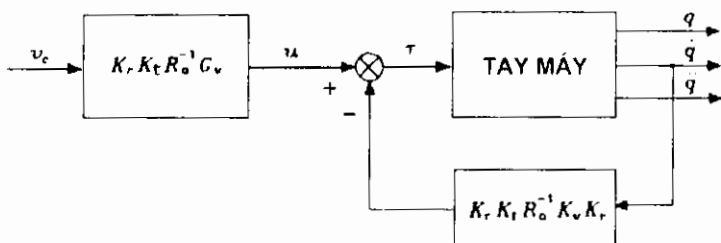
Trong đó F là ma trận đường chéo của toàn bộ lực cản, có 2 thành phần là cơ khí và điện, và u là vector các đại lượng vào của hệ thống:

$$F = F_v + K_r K_i R_a^{-1} K_v K_r \quad (4.45)$$

$$u = K_i K_i R_a^{-1} G_v v_c \quad (4.46)$$

So sánh các biểu thức (4.44) và (4.26) và chú ý đến các biểu thức tính F , u ở trên, chúng ta rút ra mô hình điều khiển hệ thống bằng điện áp. Sơ đồ khối của hệ được thể hiện trên hình 4.18.

$$u - K_r K_i R_a^{-1} K_v K_r = \tau \quad (4.47)$$



Hình 4. 18: Sơ đồ điều khiển robot bằng điện áp

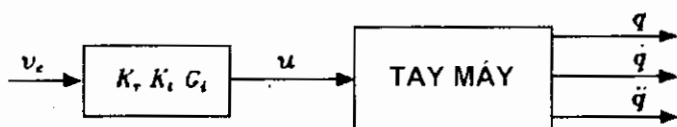
Trong sơ đồ trên, đại lượng vào u phụ thuộc các tham số K_r , K_t , R_u của động cơ, mà giá trị của chúng lại thay đổi theo điều kiện làm việc. Để loại trừ các ảnh hưởng đó, có thể dùng hệ *điều khiển bằng momen* hay *dòng điện*. Các phương trình (4.43), (4.45), và (4.46) được thay thế bằng:

$$i_a = G_i v_e \quad (4.48)$$

$$F = F_v \quad (4.49)$$

$$u = K_r K_t G_i v_e \quad (4.50)$$

trong đó G_i là ma trận hằng, thể hiện quan hệ tỷ lệ giữa dòng điện phản ứng i_a và điện áp điều khiển v_e . Bây giờ hệ thống được thể hiện bằng sơ đồ trên hình 4.19.



Hình 4. 19: Sơ đồ điều khiển robot bằng momen

Xuất phát từ mô hình điều khiển cơ bản (4.44), có thể thực hiện các nhiệm vụ điều khiển khác nhau bằng cách chọn đại lượng vào u thích hợp. Sau đây chúng ta xét 2 trường hợp ứng dụng mô hình điều khiển tập trung cho robot.

4.2.3.1. Điều khiển PD có bù trọng lực

Đặt bài toán: Tay máy gồm nhiều khâu, khớp và các cơ cấu liên quan. Mỗi bộ phận đều có trọng lượng. Trong quá trình làm việc, thể của các bộ phận luôn thay đổi, nên trọng lực đặt lên chúng cũng thay đổi và không theo quy luật định trước. Nhiệm vụ của bộ điều khiển là ổn định trạng thái của tay máy dù nó đang làm việc ở thế nào. Bộ điều khiển phải thường xuyên giám sát trạng thái của hệ thống dưới tác dụng của trọng trường, sinh ra tín hiệu điều khiển thích hợp để bù lại. Phần này nói về cách chọn dạng của hàm điều khiển u để thực hiện chức năng bù trọng lực.

Để làm việc đó, chúng ta sử dụng phương pháp *Lyapunov*. Nó dựa trên nguyên tắc, là trong quá trình hệ thống tiệm tiến đến trạng thái cân bằng thì năng lượng của nó giảm dần và ở trạng thái cân bằng, năng lượng của hệ đạt cực tiểu.

Ta biểu diễn năng lượng của hệ bằng hàm $V(e)$, trong đó e là sai lệch giữa trạng thái thực và trạng thái cân bằng của hệ. Nếu các điều kiện sau được đồng thời thoả mãn thì hệ sẽ đạt trạng thái cân bằng toàn cục.

$$\begin{aligned} V(e) &> 0 & \forall e \neq 0; & V(e) = 0 & e = 0; \\ \dot{V}(e) &< 0 & \forall e \neq 0; & V(e) = \infty & \|e\| \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Trong trường hợp đang xét, trạng thái của hệ thống là thế của phần công tác và được biểu thị bằng vector gồm n phần tử

$$\begin{bmatrix} \tilde{q}^T & \dot{q}^T \end{bmatrix}^T$$

trong đó $\tilde{q}$ là sai lệch giữa giá trị thực q và giá trị ở trạng thái cân bằng q_d ($\tilde{q} = q_d - q$) của biến khớp thứ i ($i = 1, n$).

Năng lượng của hệ là hàm số của sai lệch $\tilde{q}$ và vận tốc $\dot{q}$:

$$V(\dot{q}, \tilde{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} > 0 \quad \forall \dot{q}, \tilde{q} \neq 0 \quad (4.51)$$

trong đó, K_p là ma trận đối xứng ($n \times n$), biểu thị độ cứng của hệ thống. Thành phần thứ nhất biểu thị động năng, thành phần thứ hai biểu thị thế năng của hệ thống.

Lấy đạo hàm biểu thức theo thời gian và chú ý q_d là hằng số:

$$\dot{V} = \dot{q}^T B(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{B}(q) \dot{q} - \dot{q}^T K_p \tilde{q} \quad (4.52)$$

Rút $B(q) \ddot{q}$ từ (4.44) và thay nó vào (4.52), nhận được

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\dot{B}(q) - 2C(q, \dot{q})) \dot{q} - \dot{q}^T F \dot{q} + \dot{q}^T (u - g(q) - K_p \tilde{q}) \quad (4.53)$$

Thành phần thứ nhất của biểu thức trên bằng 0; thành phần thứ hai xác định âm. Thành phần thứ ba chứa yếu tố trọng lực $g(q)$ và một tác động điều khiển tỷ lệ $K_p \tilde{q}$, chứa sai lệch trạng thái. Vì vậy, nếu chọn tín hiệu điều khiển:

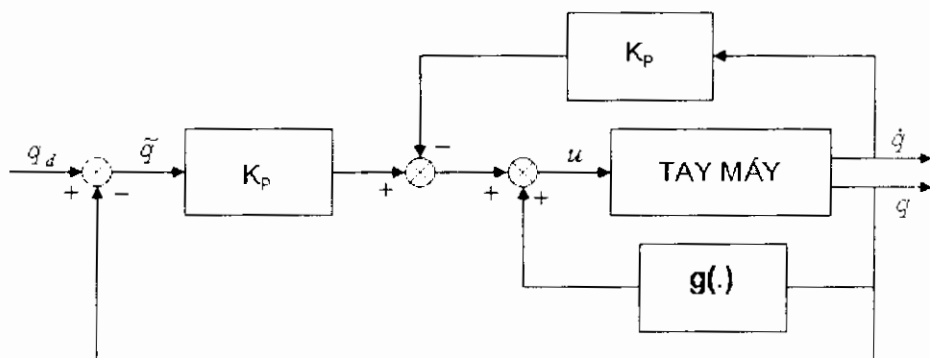
$$u = g(q) + K_p \tilde{q}$$

thì cũng đã đạt được điều kiện của phương pháp *Lyapunov*. Tuy nhiên, có thể tăng tốc độ xác lập nếu thêm một tác động vi phân, để nhận được tác động điều khiển PD

$$u = g(q) + K_p \tilde{q} - K_D \dot{q}$$

trong đó, K_D là ma trận hằng số, xác định tỷ lệ bù phi tuyến của trọng lực.

Nguyên lý điều khiển tập trung có bù trọng lực được thể hiện trên hình 4.20, trong đó chúng ta nhận rõ tác động của sai lệch trạng thái hệ thống đến trạng thái thực.



Hình 4. 20: Sơ đồ điều khiển PD có bù trọng lực

4.2.3.2. Điều khiển dùng động lực học ngược

Vấn đề bám quỹ đạo đã được đề cập với hệ điều khiển độc lập, trong đó giả thiết hệ là tuyến tính và đơn. Phần này nhằm giải quyết cùng bài toán bám sát quỹ đạo nhưng trong bối cảnh của hệ đa biến và phi tuyến.

Mô hình động lực học (4.44) được viết lại cho tay máy có n khớp như sau

$$B(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}) = u \quad (4.54)$$

trong đó

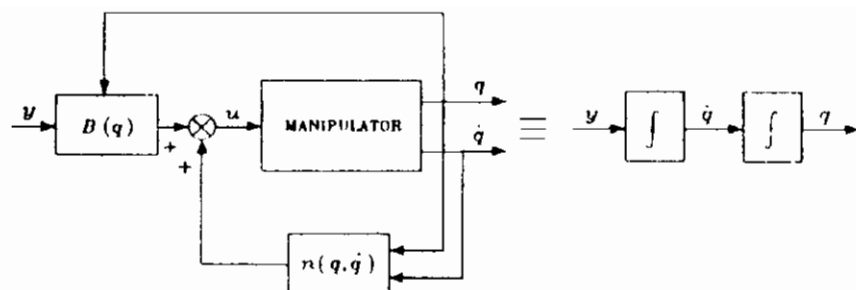
$$n(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) \quad (4.55)$$

Vector điều khiển u là hàm trạng thái của hệ thống và cho phép thể hiện quan hệ vào/ra dưới dạng tuyến tính. Tuy nhiên, đây là *sự tuyến tính hoá toàn cục* nhờ phản hồi phi tuyến từ thông số trạng thái.

Dùng $y = \ddot{q}$ với giá trị hoàn toàn xác định làm đại lượng vào, ta có thể viết u dưới dạng khác của hàm điều khiển

$$u = B(q)y + n(q, \dot{q}) \quad (4.56)$$

Hàm này dựa trên bài toán ngược của động lực học robot và được thể hiện trên sơ đồ trong hình 4.21. Với đại lượng vào y , hệ trở thành *tuyến tính và độc lập*. Nói cách khác, phần tử y_i chỉ ảnh hưởng đến biến khớp q_i một cách độc lập với các khớp khác.



Hình 4. 21: Sơ đồ tuyến tính hoá toàn cục dùng thuật toán động lực học ngược

Nhiệm vụ bây giờ là xác định cụ thể hàm điều khiển y . Để vừa đảm bảo tính năng bám quỹ đạo, vừa ổn định, hàm y cần có dạng sau

$$y = -K_p q - K_D \dot{q} + r = \ddot{q} \quad (4.57)$$

Điều đó dẫn đến hệ phương trình vi phân cấp 2

$$\ddot{q} + K_D \dot{q} + K_p q = r$$

Nếu K_p và K_D là các ma trận xác định dương thì hệ sẽ ổn định tiệm tiến.

Mỗi khi cho trước quỹ đạo $q_d(t)$ thì việc bám sát nó được thực hiện bởi đại lượng vào gồm 3 thành phần:

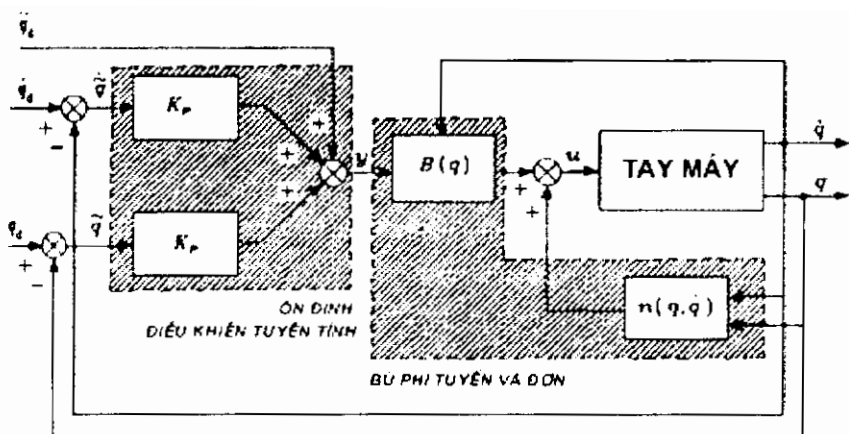
$$r = \ddot{q}_d + K_D \dot{q}_d + K_p q_d \quad (4.58)$$

Thay r trong (4.58) vào (4.57), ta có:

$$\begin{aligned} y &= \ddot{q}_d + K_p (q_d - q) + K_D (\dot{q}_d - \dot{q}) \\ &= \ddot{q}_d + K_p \tilde{q} + K_D \dot{\tilde{q}} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Hình 4.22 là sơ đồ điều khiển theo thuật toán động lực học ngược, trong đó vòng kín trong thể hiện mô hình động lực học (4.54) hoặc (4.56), vòng ngoài thực hiện chức năng bám quỹ đạo và ổn định hệ thống, làm việc theo sai lệch của trạng thái (4.59).

Sơ đồ điều khiển này có ưu điểm là cho phép thay thế hệ phi tuyến, kép bằng n hệ tuyến tính, đơn. Tuy nhiên, nó đòi hỏi phải tính ma trận quán tính $B(q)$ và các vector lực Coriolis, ly tâm, trọng trường, cản,... ngay trong thời gian làm việc của robot (online và real time). Mặt khác, thuật toán còn đòi hỏi phải biết chính xác các thông số của hệ thống.



Hình 4. 22: Sơ đồ điều khiển theo thuật toán động lực học ngược

Trên thực tế, không thể biết và mô hình hoá chính xác được các thông số kết cấu cơ khí và cũng không thể đảm bảo giải một cách chính xác bài toán ngược của động lực học tay máy. Tình trạng trên được khắc phục bằng cách kết hợp các kỹ thuật điều khiển đã nêu với kỹ thuật điều khiển bền vững (*Robust Control*) hoặc điều khiển thích nghi (*Adaptive Control*).

4.2.4. Điều khiển trong không gian công tác

Trong các mục trước chúng ta nói về điều khiển robot theo tư tưởng bài toán thuận của động học và động lực học tay máy. Mục tiêu điều khiển là đảm bảo vị trí, vận tốc và gia tốc của các khớp, nên bài toán điều khiển được thực hiện trong không gian khớp.

Thông thường, quỹ đạo yêu cầu của phân công tác được xác định trong không gian công tác, sau đó các thông số chuyển động tương ứng của các khớp được tính nhờ giải bài toán ngược của động học và động lực học tay máy. Trong khi robot làm việc, giá trị ra (các biến khớp) được đo, tổng hợp thành giá trị tương ứng của thông số quỹ đạo thực nhờ giải bài toán thuận, đưa trở lại đầu vào theo mạch phản hồi.

Về nguyên tắc, bài toán ngược được giải không chỉ để xác định vị trí mà cả vận tốc và gia tốc của các khớp. Tuy nhiên, để đơn giản hoá kết cấu điều khiển, bài toán ngược chỉ được dùng khi xác định vị trí của các khớp, còn vận tốc và gia tốc của chúng được xác định bằng phương pháp vi phân số. Nói chung, phương pháp điều khiển tập trung đòi hỏi khối

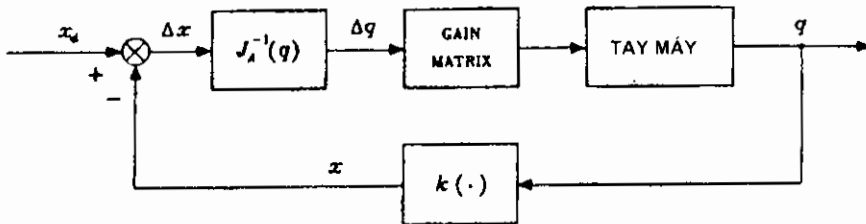
lượng tính toán lớn. Vì vậy, nó được sử dụng khi ngoài yêu cầu về chuyển động còn phải tính đến lực tương tác của phần công tác với đối tượng.

4.2.4.1. Các dạng sơ đồ chung

Điều khiển trong không gian công tác dựa vào sự so sánh giữa *quỹ đạo yêu cầu* của phần công tác trong không gian công tác với *quỹ đạo thực*, được xác định từ giá trị thực (đo được) của các biến khớp. Như vậy trong mạch thuận của sơ đồ điều khiển cần có các khâu để chuyển đổi sai số quỹ đạo trong *không gian công tác* thành giá trị các biến khớp trong *không gian khớp*.

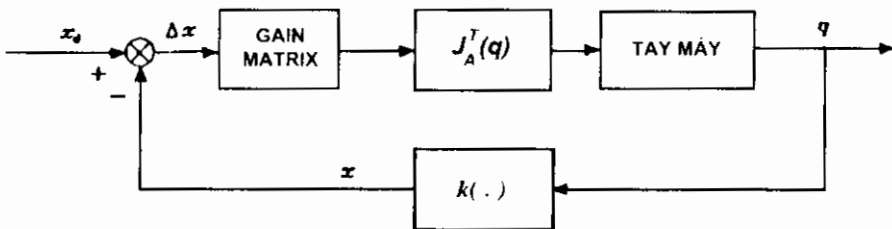
Một phương án thực hiện phép chuyển đổi nói trên là dùng *ma trận Jacobian nghịch đảo* (hình 4.23). Trong sơ đồ, Δx là sai lệch giữa vị trí yêu cầu và vị trí thực của phần công tác trong không gian công tác. Thông qua khâu biến đổi, dùng *ma trận Jacobian* nghịch đảo, Δx được biến đổi thành các sai lệch Δq của các biến khớp để điều khiển các khớp.

Khối GAIN MATRIX có tác dụng như lò xo, sinh ra lực đàn hồi theo chiều khử các sai lệch Δq (và do đó khử Δx).



Hình 4. 23: Sơ đồ điều khiển dùng ma trận Jacobian nghịch đảo

Phương án chuyển đổi thứ hai dùng *ma trận Jacobian chuyển vị* (hình 4.24).



Hình 4. 24: Sơ đồ điều khiển dùng ma trận Jacobian chuyển vị

Trong trường hợp này khối GAIN MATRIX được đưa lên trước, sinh ra lực điều khiển các khớp theo chiều hướng khử sai số Δx . Lực tổng quát đó sẽ được phân phối cho các khớp nhờ khối *Jacobian* chuyển vị.

Chúng ta cũng thấy, cả hai phương án đều sử dụng bài toán thuận của động lực học trong mạch phản hồi.

Tương tự như phương pháp điều khiển tập trung trong không gian khớp, trong không gian công tác cũng tồn tại 2 dạng: *điều khiển có bù trọng lực và điều khiển dùng động học ngược*.

4.2.4.2. Điều khiển PD có bù trọng lực

Ký hiệu vị trí cần đạt của phân công tác trong không gian công tác là x_d , vị trí thực là x . Chúng ta mong muốn sai lệch vị trí

$$\tilde{x} = x_d - x \quad (4.60)$$

có xu hướng tiệm tiến tới 0.

Năng lượng của hệ là hàm số của sai lệch $\tilde{x}$ và vận tốc $\dot{q}$:

$$V(\dot{q}, \tilde{x}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{x}^T K_p \tilde{x} > 0 \quad \forall \dot{q}, \tilde{x} \neq 0 \quad (4.61)$$

trong đó, K_p là ma trận đối xứng ($n \times n$), biểu thị độ cứng của hệ thống.

Lấy đạo hàm biểu thức theo thời gian, nhận được

$$\dot{V} = \dot{q}^T B(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{B}(q) \dot{q} - \tilde{x}^T K_p \dot{\tilde{x}} \quad (4.62)$$

Vì $\dot{x}_d = 0$ và chú ý rằng $\dot{x} = J_A(q) \dot{q}$, ta có

$$\dot{\tilde{x}} = -J_A(q) \dot{q}$$

Do đó:
$$\dot{V} = \dot{q}^T B(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{B}(q) \dot{q} - \dot{q}^T J_A^T(q) K_p \tilde{x} \quad (4.63)$$

Để ý mô hình động lực học (4.44), rút ra:

$$\dot{V} = -\dot{q}^T F \dot{q} + \dot{q}^T (u - g(q) - J_A^T(q) K_p \tilde{x}). \quad (4.64)$$

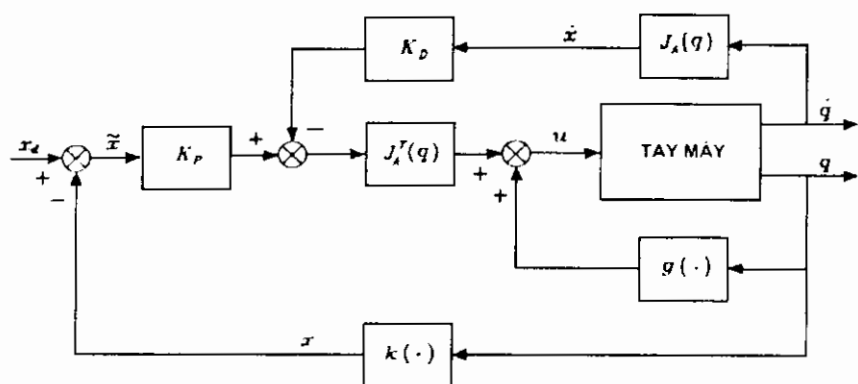
Biểu thức trên gợi ý chọn luật điều khiển

$$u = g(q) + J_A^T(q) K_p \tilde{x} - J_A^T(q) K_D J_A(q) \dot{q} \quad (4.65)$$

trong đó, K_D là ma trận hằng số. Vì vậy, phương trình (4.64) trở thành

$$\dot{V} = -\dot{q}^T F \dot{q} - \dot{q}^T J_A^T(q) K_D J_A(q) \dot{q} \quad (4.66)$$

Hệ điều khiển như trên hình 4.25 có dạng tương tự sơ đồ hình 4.20.



Hình 4. 25: Sơ đồ điều khiển PD có bù trọng lực

Luật điều khiển (4.65) hình thành một tác động bù phi tuyến cho trọng lực trong không gian khớp (tương ứng với thành phần $g(q)$) và một tác động điều khiển PD trong không gian công tác.

Biểu thức (4.66) cho thấy với mọi quỹ đạo cho trước, khi $\dot{q} \neq 0$ thì hàm Lyapunov giảm, hệ thống sẽ tiến tới trạng thái cân bằng. Trạng thái đó được xác định bởi

$$J_A^{-1}(q)K_p\tilde{x} = 0 \quad (4.67)$$

4.2.4.3. Điều khiển dùng động lực học ngược

Viết lại mô hình động lực học (4.44) cho tay máy có n khớp như sau

$$B(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}) = u \quad (4.68)$$

trong đó

$$n(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) \quad (4.69)$$

Chọn luật điều khiển dưới dạng tuyến tính hoá

$$u = B(q)y + n(q, \dot{q}) \quad (4.70)$$

sẽ dẫn đến hàm tích phân

$$\ddot{q} = y \quad (4.71)$$

Đại lượng vào y được xác định theo tính năng bám quỹ đạo cho trước $x_d(t)$. Để nhận được quan hệ

$$\ddot{x} = J_A(q)\ddot{q} + \dot{J}_A(q, \dot{q})\dot{q}$$

thì có thể chọn

$$y = J_A^{-1}(q)(\ddot{x}_d + K_D \dot{\tilde{x}} + K_P \tilde{x} - \dot{J}_A(q, \dot{q})\dot{q}) \quad (4.72)$$

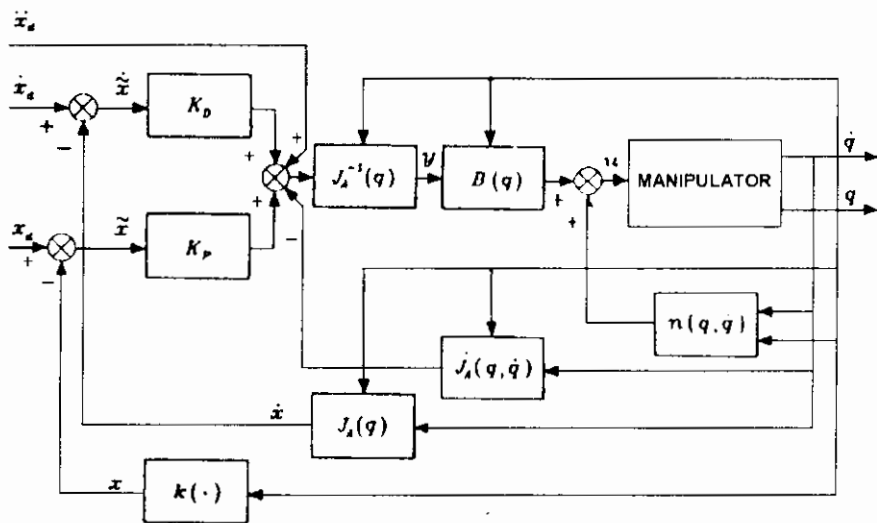
với K_P và K_D là các ma trận chéo xác định dương.

Thay (4.72) vào (4.71), nhận được phương trình mô tả sai lệch động lực học trong không gian công tác:

$$\ddot{\tilde{x}} = K_D \dot{\tilde{x}} + K_P \tilde{x} = 0 \quad (4.73)$$

trong đó, K_D và K_P xác định tốc độ hội tụ của sai lệch tới 0. Sơ đồ điều khiển được thể hiện trên hình 4.26.

Bên cạnh x và $\dot{x}$, cần phải đo cả q và $\dot{q}$. Nếu x và $\dot{x}$ được đo gián tiếp thì bộ điều khiển cần phải tính toán trực tuyến các hàm $k(q)$ và $J_A(q)$.



Hình 4. 26: Sơ đồ điều khiển theo thuật toán động lực học ngược

Như tính toán đã chỉ ra, điều khiển trong không gian công tác luôn luôn đòi hỏi tính *Jacobian*, vì vậy nó thường phức tạp hơn so với điều khiển trong không gian khớp. Bù lại, chúng ta nhận được các thuận lợi từ việc mô tả trực tiếp quỹ đạo trong không gian công tác.